

ANÁLISE NUMÉRICA DO MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO À FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO

A. ROSSI¹, R. S. NICOLETTI², A. S. C. SOUZA³, C. H. MARTINS⁴

Universidade Federal de São Carlos^{1,2,3}, Universidade Estadual de Maringá⁴

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9590-1554>¹

Alexandre-rossi@hotmail.com¹

Submetido 21/04/2020 - Aceito 07/12/2020

DOI: 10.15628/holos.2021.9952

RESUMO

Vigas mistas de aço-concreto submetidas à ação de momento fletor negativo estão sujeitas ao fenômeno de estabilidade lateral, denominado de Flambagem Lateral com Distorção (FLD). A correta determinação do momento crítico elástico, responsável por esse fenômeno de estabilidade, é fundamental para a determinação do momento resistente à FLD de vigas mistas de aço concreto. Por meio do desenvolvimento de análises de estabilidade elástica com o *software* GBTul, determinou-se o momento crítico elástico para a situação de distribuição uniforme e linear de momento fletor negativo. O estudo paramétrico analisou diferentes seções transversais do perfil I, o vão entre apoios e a

variação da taxa de armadura longitudinal da laje de concreto, no total foram analisados 576 modelos. Os resultados foram comparados com os procedimentos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998) e foi verificada situação conservadora de ambos os procedimentos com divergências de 26,60% e 19,88%, respectivamente. Condição que pode levar a determinação equivocada da capacidade resistente à FLD, visto que o procedimento de Roik *et al.* (1990) é utilizado pela norma brasileira, ABNT NBR 8800 (2008). Portanto, conclui-se que existe a necessidade de maiores estudos no tema para adequar os procedimentos da norma brasileira.

PALAVRAS-CHAVE: Vigas mistas de aço e concreto, Flambagem Lateral com Distorção; Momento crítico elástico.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE ELASTIC CRITICAL MOMENT TO LATERAL DISTORTIONAL BUCKLING OF STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS

ABSTRACT

Steel-concrete composite beams subjected to negative hogging moment are subject to the phenomenon of lateral stability, called lateral distortional buckling (LDB). The correct determination of the elastic critical moment, responsible for this stability phenomenon, is fundamental for the determination of the LDB ultimate moment of steel-concrete composite beams. Through the development of elastic stability analysis with the GBTul software, the elastic critical moment was determined for the situation of uniform and linear distribution of negative hogging moment. The parametric study analyzed different cross sections of I profile, the

length between supports and the variation in the longitudinal reinforcement rate of the concrete slab, in total 576 models were analyzed. The results were compared with the procedures of Roik *et al.* (1990) and Hanswille *et al.* (1998) and a conservative situation was found for both procedures with differences of 26.60% and 19.88% respectively. Condition that can lead to the mistaken determination of the LDB strength, since the Roik *et al.* (1990) procedure is used by the Brazilian standard, ABNT NBR 8800 (2008). Therefore, it is concluded that there is a need for further studies on the subject to adapt the procedures of the Brazilian standard.

KEYWORDS: Steel-concrete composite beams; Lateral distortional buckling; Elastic critical moment.



1 INTRODUÇÃO

Os primeiros elementos mistos de aço e concreto utilizados na construção civil foram as vigas mistas. No princípio, os perfis eram envolvidos com concreto, não estrutural, a fim de aumentar a capacidade resistente desses elementos de aço à ação do fogo. Posteriormente, com a observação das vantagens dessa associação, passou-se a utilizar concreto de melhor qualidade considerando sua parcela de contribuição no aumento da capacidade resistente de vigas mistas.

As vigas mistas de aço e concreto aproveitam as melhores qualidades de cada um de seus materiais constituintes: a alta resistência à compressão do concreto, sua massividade, rigidez e resistência ao fogo; e a alta capacidade de resistência a tração do aço e sua ductilidade. Este casamento ideal dos dois materiais é, até certo ponto, violado em vigas mistas de aço-concreto contínuas e semicontínuas sobre um ou mais apoios. Ao contrário das vigas simplesmente apoiadas, as vigas contínuas, quando carregadas, são submetidas a momentos de flexão positivos, nas regiões entre os apoios, e a momentos negativos, na região de apoios internos. Nesse contexto, deve se verificar a necessidade de armaduras adicionais na laje de concreto e a possibilidade de fenômenos de estabilidade no perfil de aço.

No perfil de aço podem ocorrer estabilidades locais, como a Flambagem Local da Alma (FLA) e a Flambagem Local da Mesa (FLM), e uma estabilidade global, chamada de Flambagem Lateral com Distorção (FLD). A FLD é caracterizada por um deslocamento lateral (δ) acompanhado por uma rotação (θ) da mesa inferior comprimida que ocorre devido à distorção da alma, caso esta não tenha rigidez suficiente para suportar, conforme Figura 1. Esse fenômeno ocorre pelo fato da mesa superior tracionada estar totalmente impedida de se deslocar lateralmente pela laje de concreto.

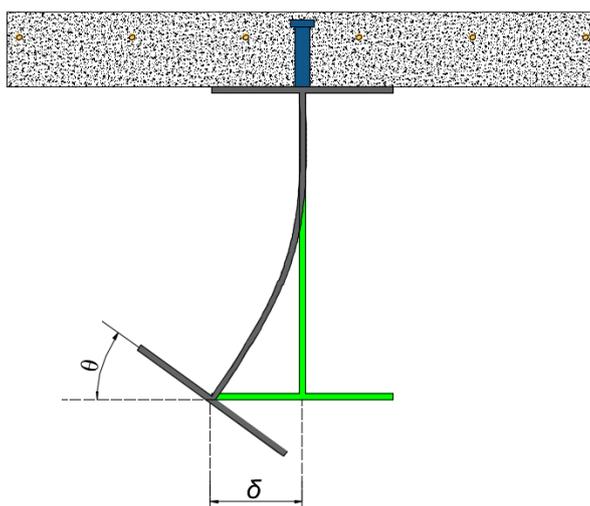


Figura 1. Flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto

Fonte: Rossi *et al.* (2020a).

A FLD é um fenômeno de complexa investigação e experimentação. Logo, os estudos que buscam o entendimento dos fenômenos de estabilidade em vigas mistas de aço e concreto são escassos. Embora por um lado os fenômenos de estabilidade em vigas unicamente de aço tenham sido mais estudados, e que os códigos normativos de projeto de estruturas de aço forneçam métodos mais consolidados, têm-se, por outro lado, que os fenômenos de estabilidade em vigas mistas de aço e concreto ainda necessitam de mais pesquisa na engenharia estrutural, e são muito menos documentados. De acordo com os procedimentos normativos (EN 1994-1-1-2004, AISC 360-16 e AASHTO 2017, AS4100:1998-R2016 e AS/NZS2327-2017, ABNT NBR 8800: 2008) para a determinação da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto em regiões de momento negativo, faz-se necessária a correta determinação do momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção. Existem diversas metodologias, presentes na literatura, para a determinação do momento crítico elástico a FLD de vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, existem muitas divergências entre elas, conforme Figura 2 que apresenta resultados de diversos métodos analíticos na determinação do momento crítico elástico a FLD, na situação de momento constante, para uma seção qualquer. Tal fato pode levar a uma estimativa equivocada da capacidade resistente a FLD de vigas mistas de aço e concreto por parte dos procedimentos normativos. Visto que, os procedimentos normativos, partem do princípio da estimativa de um momento crítico elástico para determinar o momento último de vigas mistas de aço e concreto.

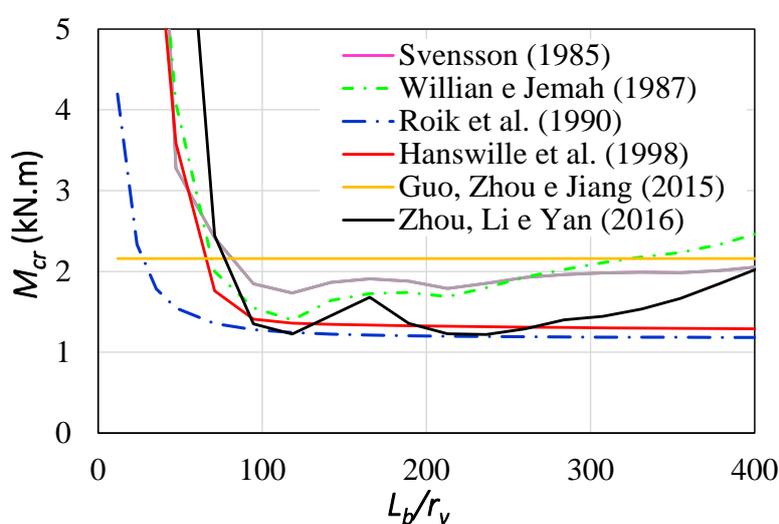


Figura 2. Comparação entre métodos analíticos para a determinação do momento crítico elástico à FLD

Fonte: Adaptado de Rossi *et al.* (2020b).

Em que:

- L_b : é o comprimento sem restrições laterais das vigas mistas de aço e concreto;
- r_y : é o raio de giração em torno do eixo de menor inércia;

- M_{cr} : é o momento crítico elástico à FLD de vigas mistas de aço e concreto obtido por meio de diferentes procedimentos analíticos.

Nesse contexto, este artigo tem como objetivo investigar a acurácia dos métodos analítico de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998) na determinação do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas de aço e concreto. Para isso, foram desenvolvidas análises numéricas com o *software* GBTul, que aplica a Teoria Generalizada de Vigas (GBT) para o desenvolvimento de análises de estabilidade elástica. O modelo desenvolvido no *software* GBTul foi calibrado e comparado com modelo desenvolvido no *software* Abaqus. As vigas mistas de aço e concreto foram submetidas a uma distribuição constante e linear de momento fletor negativo. O estudo paramétrico foi desenvolvido considerando-se a variação da geometria da seção transversal do perfil I, a variação de armadura longitudinal na laje de concreto e o vão livre submetido a ação de momento fletor negativo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os modos de estabilidade locais e os modos de estabilidade laterais, como a Flambagem Lateral com Torção (FLT), foram bastante estudados e têm seu comportamento bem definido na literatura desde as primeiras décadas do século XX. Entretanto, devido a sua maior complexidade, somente a partir da década de 1970 os estudos sobre os modos de estabilidade distorcionais foram iniciados. Alguns desses estudos são fundamentados no método da energia ou método de Galerkin, enquanto outros têm a teoria de barras em base elástica como fundamento.

Um dos primeiros estudos a analisar a FLD em regime elástico foi apresentado por Johnson e Bradford (1983). Os autores mostraram que existia muito potencial para a melhoria dos métodos de projeto da época e que eram necessários estudos mais aprofundados da interação entre modos de estabilidade lateral e local que, provavelmente, governavam a capacidade resistente desses elementos. Assim sendo, Svensson (1985), afirmando que a teoria clássica de Vlasov era inadequada para a análise da chamada flambagem lateral restrita, apresentou um estudo, fundamentado no método de Garlekin, para a determinação do momento crítico elástico a FLD. Em seu modelo, Svensson (1985) considerou que a mesa comprimida do perfil poderia ser tratada como uma coluna sujeita a cargas axiais de compressão. Tratando o fenômeno como um problema de bifurcação do equilíbrio, Svensson (1985) determinou analiticamente o primeiro autovalor positivo que representava o fenômeno da FLD. A metodologia de Svensson (1985) pode ser aplicada para diversas distribuições de momento fletor. Posteriormente, Willian e Jemah (1987), tendo como base o método proposto anteriormente por Svensson, determinaram o momento crítico elástico a FLD. Os autores consideraram que além da mesa comprimida uma porção de 15% da alma, sob compressão, poderia também ser analisada como em um situação de coluna sob ação de forças axiais de compressão. Contudo, trabalhos como de Zhou *et al.* (2016), Wangbao *et al.* (2014), Ye e Chen (2013) mostraram divergências entre resultados de análises numéricas e os valores obtidos com os modelos de Svensson (1985) e Goltermann e Svensson (1988).



Em 1990, Roik *et al.* propuseram por meio do método da energia, um modelo analítico para determinação do momento crítico elástico à FLD, Eq. (1-6). O modelo foi desenvolvido considerando a situação de vigas mistas de aço e concreto pelo método da estrutura em “U” invertido (*U-frame model*), conforme Figura 3. A seção transversal mista era composta por um perfil I com sua mesa superior completamente impedida ao descolamento lateral e parcialmente a rotação por meio da inserção de uma mola de rigidez rotacional k_r , a qual considera a rigidez de flexão da laje, por unidade de comprimento da viga, e a rigidez a flexão da alma do perfil. Posteriormente, a equação proposta pelos autores foi adotada pela antiga norma europeia de projeto de estruturas mistas, EN 1994-1-1:1991, e também pela norma brasileira (ABNT NBR 8800:2008). Entretanto, trabalhos como os de Oliveira *et al.* (2016), Amaral (2016), Dias *et al.* (2019), desenvolvidos para a análise do momento crítico elástico em vigas mistas, mostraram desvios entre resultados numéricos de elementos finitos e os da equação proposta por Roik *et al.* (1990).

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2}\right) EI_{af,y}} \quad (1)$$

$$k_r = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (2)$$

$$k_1 = \frac{\alpha (EI_c)_2}{a} \quad (3)$$

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4(1-\nu_a^2)h_0} \quad (4)$$

$$\alpha_g = \frac{\left(\frac{h_0 I_x}{I_{ax}}\right)}{\left(\frac{h_0^2}{4} + \frac{(I_{ax} + I_{ay})}{A_a}\right) + h_0} e \quad (5)$$

$$e = \frac{AI_{ax}}{A_a y_c (A - A_a)} \quad (6)$$

Onde:

- G : é o módulo de elasticidade transversal do aço;
- L : é o comprimento das vigas entre apoios transversais;
- J : é a constante de torção do perfil;
- $I_{af,y}$: é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y ;



- C_{dist} : é um coeficiente que depende distribuição de momentos fletores no comprimento L , igual a 6,2 para momento constante e igual a 11,1 para momento com distribuição linear;
- k_r : é a rigidez rotacional da viga mista, que depende da rigidez transversal do conjunto formado pela alma do perfil de aço e pela laje, por unidade de comprimento da viga;
- k_1 : é a rigidez a flexão da laje, por unidade de comprimento da viga;
- k_2 : é a rigidez a flexão da alma do perfil de aço, por unidade de comprimento da viga;
- $(E I_c)_2$: é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje (desprezando o concreto tracionado);
- a : é a distância entre vigas adjacentes;
- α : é igual a 2 para vigas de borda e 3 para vigas internas;
- I_{ax} e I_{ay} : são os momentos de inércia da seção de aço com relação aos seus eixos baricêntricos;
- I_x : é o momento de inércia da seção mista homogeneizada (perfil mais armadura longitudinal);
- A_a : é a área do perfil de aço;
- A : é a área do perfil mais a área de aço da armadura longitudinal e;
- y_c : é a distância do centroide do perfil à meia altura da laje de concreto.

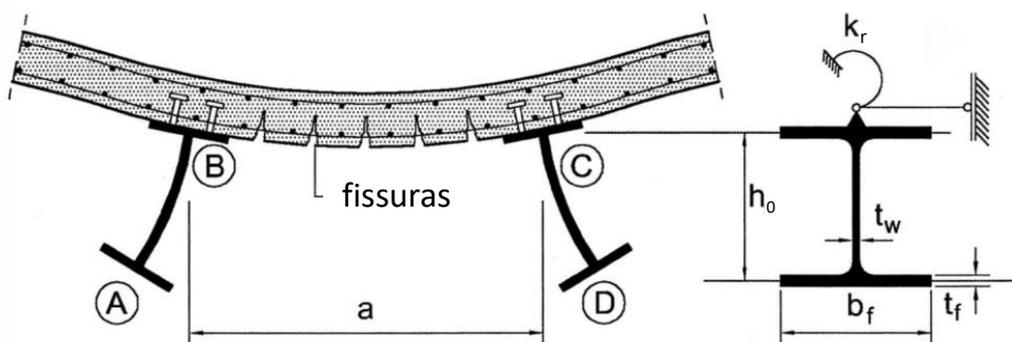


Figura 3. Método da estrutura em “U” invertido

Fonte: Adaptado de EN 1994-1-1:2004.

Outro estudo que merece destaque é o proposto Hanswille *et al.* (1998). O modelo de análise utilizado é similar ao empregado por Roik *et al.* (1990). Entretanto, a análise de Hanswille *et al.* (1998) foi desenvolvida tendo como princípio a teoria de vigas em base elástica, Eq.(7-12). Hanswille *et al.* (1998) destacaram que os resultados obtidos pela equação de Roik *et al.* (1990) podem ser até 37% inseguros na determinação do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas contínuas sob a ação de momento negativo. Contudo, Dias *et al.* (2019) demonstrou, com desenvolvimento de análises numérica com o *software* Ansys, que o desvio médio dos valores obtidos com a proposta de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998), quando comparado com

resultados de análises numéricas, é de 12,41% e 15,51%, respectivamente. Por essa razão, Dias *et al.* (2019) apresentou um modelo analítico em que a divergência entre resultados numéricos e o obtido pela equação é de apenas 2,33%.

$$M_{cr} = \frac{1}{k_z} \left(\frac{\pi^2 EC_{w,d}}{(\beta_b L)^2} + GJ_{ef} \right) \quad (7)$$

$$k_z = \frac{I_{ax}}{I_x} \left(2z_d - \frac{1}{e} (z_d^2 + i_p^2) \right) \quad (8)$$

$$\beta_b = \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1,48\sqrt{\eta_b}}{\pi} \right)^{9,10}} \right)^{\frac{1}{9,30}} \quad \text{para momento uniforme} \quad (9)$$

$$\beta_b = \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1,4\sqrt{\eta_b}}{\pi} \right)^{6,4}} \right)^{\frac{1}{7,3}} \quad \text{para momento linear} \quad (10)$$

$$GJ_{ef} = GJ \quad \text{momento uniforme}$$

$$GJ_{ef} = 1,5GJ \quad \text{momento linear} \quad (11)$$

$$\eta_b = \sqrt{\frac{k_r L^4}{EC_{w,d}}} \quad (12)$$

Onde:

- $C_{w,d}$: é a constante de empenamento do perfil de aço calculada com o polo no centro da mesa superior do perfil;
- e : é a excentricidade da força normal no perfil de aço;
- GJ_{ef} : é a rigidez efetiva a torção do perfil;
- z_d : é a distância do centroide do perfil ao centro da mesa inferior;
- i_p : é o raio de giração polar do perfil de aço;
- k_r : é calculado de acordo com Eq.(2).



Outra investigação do comportamento elástico da FLD foi realizada por Chen e Ye (2010). Fundamentados no princípio da energia, os autores deduziram equação para a determinação do momento crítico elástico a FLD em vigas mistas de aço e concreto. Chen e Ye (2010) compararam os resultados da equação proposta com resultados de análises numéricas desenvolvidas pelo método dos elementos finitos e com a solução clássica da flambagem lateral com torção. Os autores verificaram proximidade entre a metodologia proposta e os resultados da análise numérica e também observaram que teoria clássica da FLT subestima o momento crítico elástico a FLD para vigas mistas de aço e concreto. Entretanto, Chen e Ye (2010) observaram que o método da energia utilizado não poderia considerar as cargas distribuídas transversais devido às expressões de energia potencial total adotada serem inadequadas. Frente a essa situação, Ye e Chen (2013) se utilizaram da metodologia de barras em base elástica para determinar o momento crítico elástico a FLD. O procedimento proposto foi fundamentado no modelo apresentado por Svensson (1985). A acurácia do modelo proposto foi verificada por meio da comparação com resultados de análise numéricas realizadas com o método dos elementos finitos. As análises mostraram concordância entre os resultados. Observando as limitações na determinação do momento crítico elástico a FLD, principalmente para as condições de carregamentos uniformemente distribuídos e na consideração da deformação por cisalhamento da alma da viga I, Zhou *et al.* (2016) e Zhou, Li e Yan (2016) apresentam um melhoramento nos métodos convencionais fundamentados na teoria de barras em base elástica. Por meio do desenvolvimento de um algoritmo os autores desenvolveram um método simples para a determinação do momento crítico elástico em vigas mistas de aço e concreto. Os resultados apresentaram divergências entre os métodos, entretanto, a metodologia de Zhou *et al.* (2016) apresentou maior concordância com os resultados numéricos. Diferentemente de Zhou *et al.* (2016), Wangbao *et al.* (2014) e Ye e Chen (2013), Guo, Zhou e Jiang (2015) propuseram uma metodologia para a determinação do momento crítico elástico à FLD em vigas mistas de aço e concreto fundamentada no princípio de variação de energia. Desenvolvendo um abrangente estudo sobre a rigidez de restrição lateral e rotacional, Guo, Zhou e Jiang (2015) apresentam equacionamento para a determinação do momento crítico elástico a FLD. Os autores afirmam existir divergências entre os resultados numéricos e metodologias disponíveis na literatura, entretanto, o método proposto apresenta maior acurácia em seus resultados.

Em publicação recente, Rossi *et al.* (2020b) apresentam uma revisão crítica sobre a FLD em vigas mistas de aço e concreto. Os autores mostraram que as investigações da FLD enfatizam a análise do comportamento elástico da FLD, na tentativa de obter um método para determinação do momento crítico elástico, ou buscavam analisar a capacidade resistente a FLD em vigas mistas de aço e concreto. Os autores mostraram que existem divergências consideráveis entre as metodologias existentes para determinação do momento crítico elástico. Além disso, Rossi *et al.* (2020b) apresentaram discordâncias entre os resultados experimentais e de análise numérica de pós-flambagem quando comparados com os procedimentos normativos. Por fim, os autores apresentam a necessidade de novas investigações sobre vigas mistas de aço e concreto sob ação de momento fletor negativo.



Do exposto, verifica-se que ainda não existe um consenso na determinação do momento crítico elástico a FLD em vigas mistas de aço e concreto. Muitas metodologias foram propostas, entretanto, ainda são observadas divergências. Com o objetivo de investigar o comportamento das duas principais metodologias, Hoik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998), desenvolve-se uma análise paramétrica por meio do *software* GBTul para a determinação do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas de aço e concreto.

3 MODELO NUMÉRICO

O *software* GBTul calcula cargas críticas de análises de estabilidade elástica, curvas de assinatura e participação de modos de deformação, o que possibilita ilustrar, esclarecer e quantificar a ocorrência de FLD. De acordo com Bebiano *et al.* (2018), o GBTul é um *software* que realiza análises de estabilidade elástica (bifurcação) e vibração de membros prismáticos de paredes finas. Ele implementa as formulações mais recentes da *Generalized Beam Theory* (GBT), uma teoria de barras de paredes finas que (i) responde pela deformação local e (ii) fornece uma representação vantajosa do campo de deformação, como uma combinação de modos de deformação da seção transversal. Aproveitando os recursos modais do GBT, o programa fornece informações e visualização dos modos de deformação dos elementos, como utilizado para a análise nos modos de instabilidade lateral em perfis I por Rossi *et al.* (2020c) e Rossi *et al.* (2020d). Além disso, ele contém ferramentas que possibilitam selecionar os modos de deformação a serem incluídos na análise, permitindo uma compreensão aprofundada da mecânica do problema que está sendo resolvido. É possível analisar elementos (i) constituídos de um ou vários materiais isotrópicos ou ortotrópicos e (ii) exibindo várias condições de suporte comuns (por exemplo, suportes simples, suportes fixos ou extremidades livres). As análises de estabilidade especificam qualquer combinação de diagramas de força axial arbitrária, momento fletor e bimomento (longitudinal). Portanto, para estudar a acurácia das propostas de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998) na determinação do momento crítico elástico à FLD, foram realizadas análises de estabilidade elástica que fornecem como respostas os valores de carga crítica (autovalores) e previsões dos modos de deformação (autovetores) com o *software* GBTul.

3.1 Condições de contorno

Para a determinação do momento crítico elástico à FLD, considera-se a viga mista de aço e concreto submetida à momento fletor negativo. Logo, a laje de concreto encontra-se totalmente tracionada e, portanto, fissurada. Devido a esse fato, leva-se em conta apenas a contribuição da armadura longitudinal da seção transversal mista. Nessa situação, a armadura absorve parte do momento fletor atuante e desloca a linha neutra do centroide do perfil de aço para uma posição superior, aumentando a região da alma sujeita a compressão. Tais efeitos podem ser tratados no perfil de aço sem que se realize uma consideração explícita da armadura de aço, incluindo-se uma força normal no modelo numérico, igual a força de tração absorvida pelas armaduras, calculada segundo a Eq.(13), situação apresentada por Dias *et al.* (2019).



$$N_a = \frac{M_a \bar{y} A_a}{I_{ax}} \quad (13)$$

Onde:

- M_a : é o momento fletor solicitante, aplicado com valor unitário de 1 kN·m;
- \bar{y} : é a distância do centroide do perfil ao centroide da seção mista;
- A_a : é a área do perfil de aço;
- I_{ax} : é o momento de inércia do perfil de aço com relação ao seu eixo centroidal.

Para a aplicação do momento fletor unitário, considerou-se a aplicação de um binário de forças que comprime a mesa inferior e traciona a mesa superior, representando a situação de momento negativo. Para as situações onde existe a presença de armadura longitudinal, a proporção entre as forças do binário se altera e, como consequência, tem-se um aumento da força de compressão na mesa inferior e um alívio na mesa superior (Dias *et al.* 2019), conforme indica a Figura 5. Na Figura 6 é apresentada a aplicação do binário de forças no *software* GBTul.

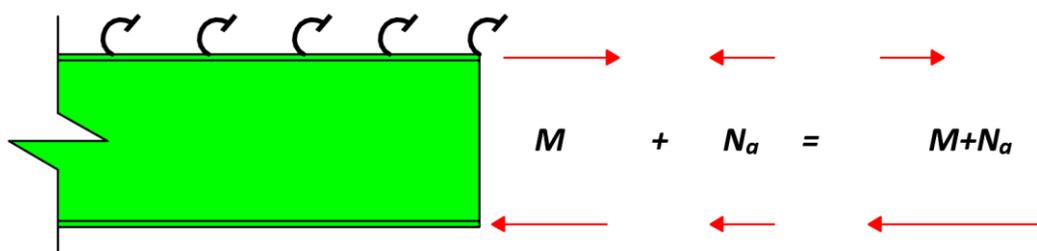


Figura 5. Método de aplicação de momento

Fonte: Adaptado de Dias *et al.* (2019).

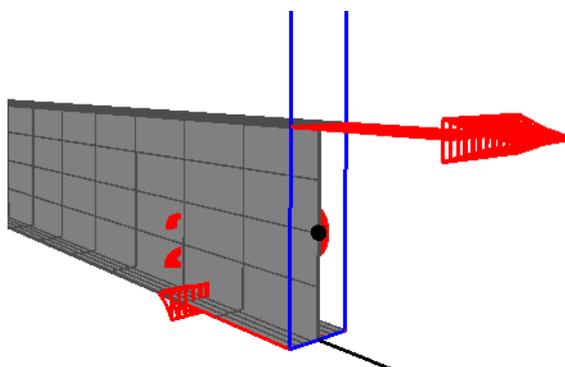


Figura 6. Aplicação do binário no software GBTul

Fonte: Elaborado pelos autores.

Para todos os modelos analisados, considerou-se a rigidez infinita da laje e, portanto, a mesa superior foi totalmente restringida ao deslocamento lateral e à rotação. As vigas foram consideradas simplesmente apoiadas com restrição ao deslocamento lateral e à rotação, conforme Figura 7. Foram analisadas duas distribuições de momento fletor negativo. Na primeira, considerou-se a distribuição uniforme de momento, já na segunda uma distribuição linear. Ambas sem a consideração da aplicação de um carregamento transversal no comprimento.

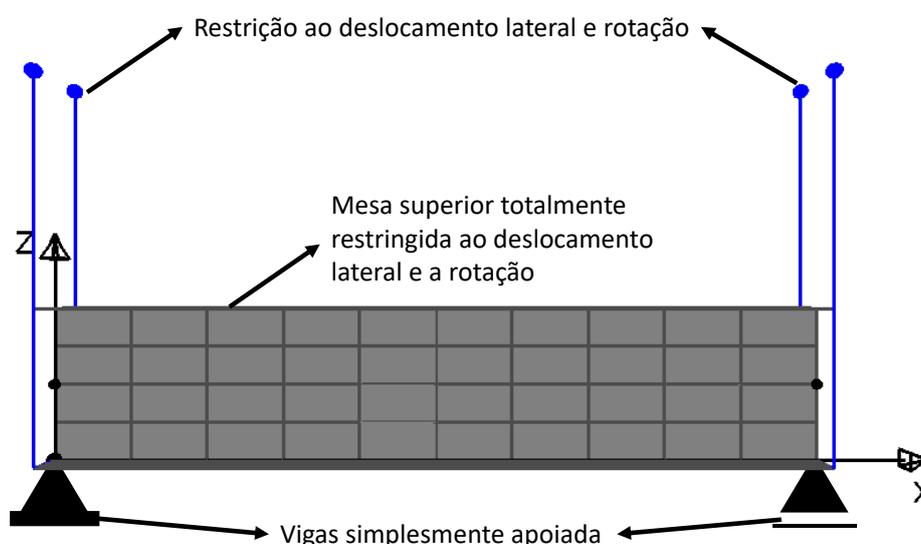


Figura 7. Restrições impostas para análise de vigas mistas de aço e concreto

Fonte: Elaborado pelos autores.

3.2 Propriedade do material

Para o desenvolvimento das análises de estabilidade elástica pelo *software* GBTul são necessárias apenas as informações do módulo de elasticidade longitudinal (E) e coeficiente de Poisson (ν). Os valores considerados para o desenvolvimento da análise numérica foram de 200 GPa para o módulo de elasticidade e de 0,3 para o coeficiente de Poisson.

3.3 Aferição do modelo desenvolvido no GBTul

Para aferir o modelo desenvolvido no *software* GBTul, foi desenvolvido um modelo semelhante no *software* Abaqus, que diferentemente do GBTul, utiliza o método dos elementos finitos (MEF). Com o *software* Abaqus é possível desenvolver análises de estabilidade elástica (análises de flambagem) e análises não lineares físicas e geométricas (análises pós-flambagem). Para a análise de estabilidade elástica, o método de perturbação linear foi usado para estimar a

carga crítica de estabilidade elástica por meio dos autovalores e seus autovetores. A Figura 8 apresenta o modelo desenvolvido no Abaqus para comparação com os resultados obtidos com os modelos desenvolvidos no GBTul.

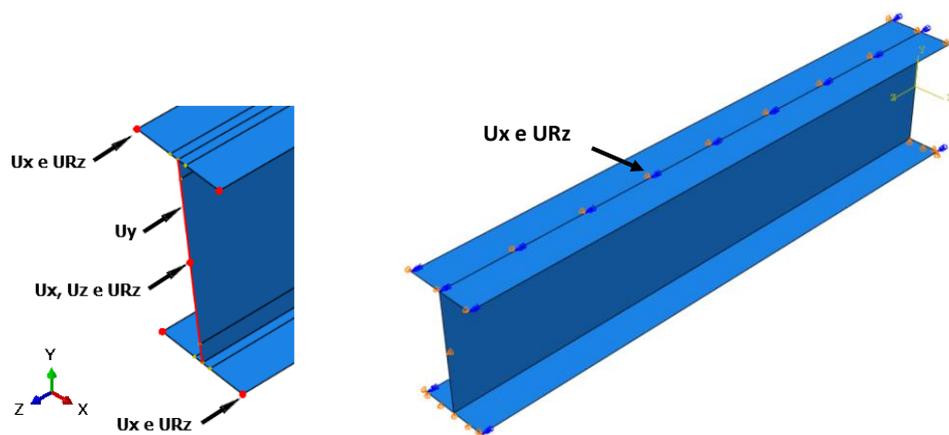


Figura 8. Modelo desenvolvido no software Abaqus

Fonte: Elaborado pelos autores.

A discretização das seções I foi realizada com elementos de casca (*shell*). Foi utilizado o elemento quadrilateral S4R, com quatro nós e integração reduzida, com dimensão de 10 mm. O elemento S4R tem seis graus de liberdade por nó - três rotações e três translações. As restrições aplicadas ao modelo desenvolvido no software Abaqus são apresentadas na Figura 8. Nas extremidades da viga foram restringidas as translações nas direções x, y e z, conforme Figura 8. Além disso, a rotação no eixo z também foi impedida. Ao longo da linha central da mesa superior restringiu-se a translação na direção do eixo x e a rotação entorno do eixo z, situação que simula as restrições impostas pela laje de concreto em vigas mistas de aço e concreto. As cargas foram aplicadas da mesma forma que no modelo desenvolvido no *software* GBTul, conforme apresentado na Figura 5.

Para o desenvolvimento da análise de flambagem (*Buckle*) no *software* Abaqus são necessárias apenas as informações do módulo de elasticidade longitudinal (E) e coeficiente de Poisson (ν) do material aço. Os valores considerados para o desenvolvimento da análise numérica foram de 200 GPa para o módulo de elasticidade e de 0,3 para o coeficiente de Poisson.

Para mostrar a validade do modelo numérico desenvolvido no *software* GBTul foi realizada uma comparação entre os resultados de momento crítico elástico obtidos pelos *softwares* GBTul e Abaqus. A diferença entre os resultados de momento crítico elástico entre os *softwares* foi inferior a 2%. A Figura 9 apresenta a comparação da deformada típica obtida na análise de estabilidade elástica pelos *softwares* GBTul e Abaqus, mostrando conformidade entre ambas.

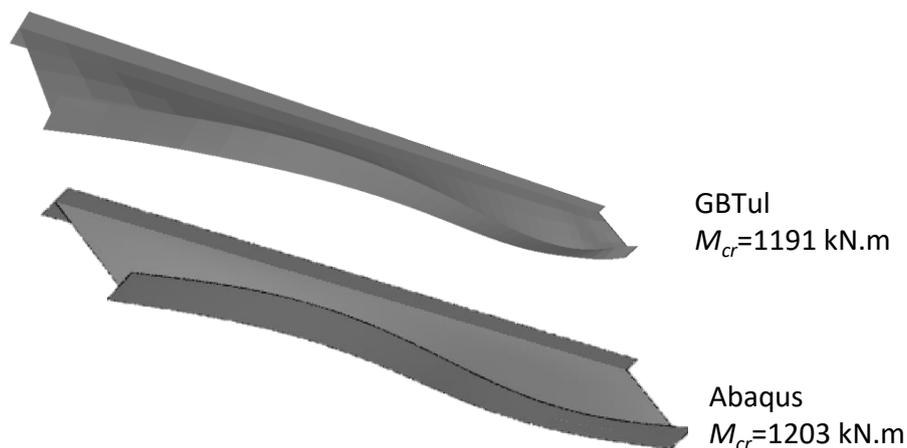


Figura 9. Comparação entre as deformadas do software Abaqus e GBTul.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Comprovada a validade do modelo desenvolvido no *software* GBTul iniciou-se o desenvolvimento do estudo paramétrico, apresentado no item a seguir.

4 ESTUDO PARAMÉTRICO

Para análise da variação do momento crítico elástico à FLD foi desenvolvido um estudo paramétrico que teve como objetivo analisar as seguintes variáveis: seção transversal do perfil I, taxa de armadura longitudinal e o comprimento do vão submetido a ação de momento fletor negativo. As vigas foram submetidas a duas distribuições de momento fletor negativo, uma distribuição uniforme (constante) e uma distribuição linear, conforme Figura 10.

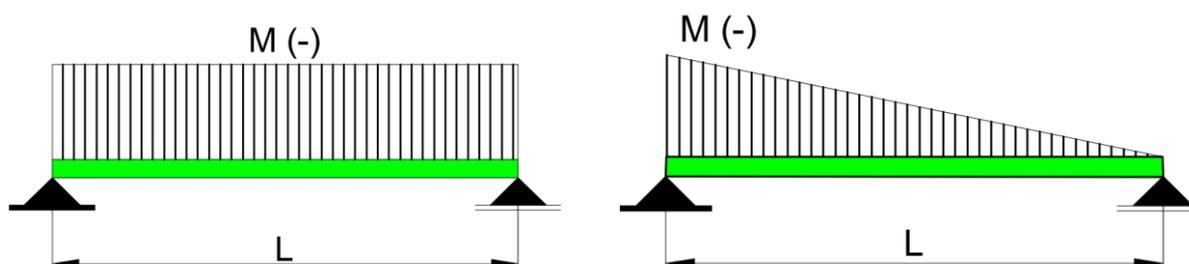


Figura 10. Distribuições de momento fletor negativo para o desenvolvimento do estudo paramétrico

Fonte: Elaborado pelos autores.

Nos modelos analisados considerou-se a laje com rigidez infinita, situação que restringe totalmente o deslocamento lateral e rotação da mesa superior do perfil I. Para o desenvolvimento das análises numéricas e para efeito de cálculo dos procedimentos analíticos, considerou-se a

hipótese de uma viga mista com laje maciça com altura de 150 mm, situação que possibilita a simplificação do modelo numérico de acordo com a Eq.(13). Hipoteticamente, foi considerada que as armaduras longitudinais estão posicionadas a meia altura da laje, conforme Figura 11.

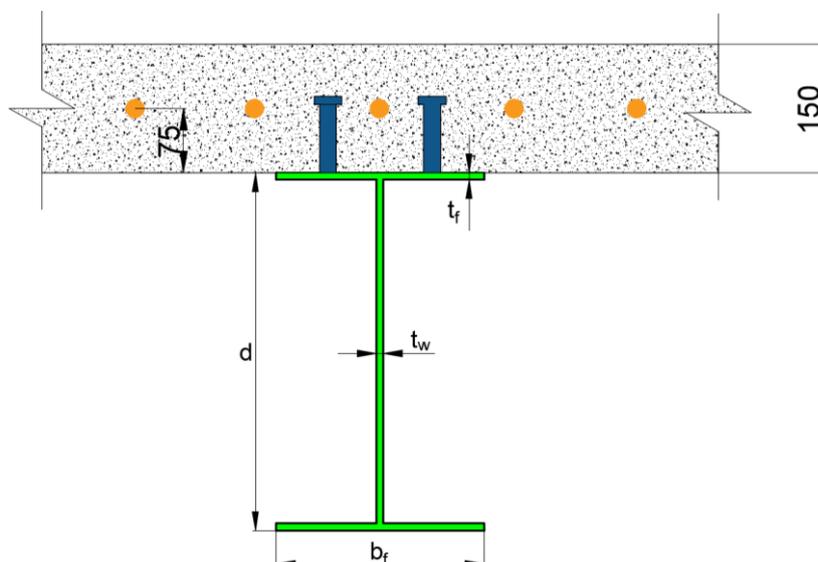


Figura 11. Situação hipotética para efeito de desenvolvimento das análises numéricas e cálculo dos procedimentos analíticos

Fonte: Elaborado pelos autores.

No estudo paramétrico foram considerados seis perfis com seção transversal I duplamente simétrica. As dimensões da seção são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Perfis utilizados no estudo paramétrico

Perfil	d (mm)	b_f (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	h_o (mm)
1	438	240	19,0	10,0	419,0
2	500	250	16,0	6,3	484,0
3	600	300	16,0	8,0	584,0
4	673	200	22,4	12,5	650,0
5	700	320	12,5	8,0	687,5
6	875	400	25,0	19,0	850,0

As vigas analisadas com o *software* GBtul apresentavam comprimento variando de 1,0 m a 20,0 m. Porém, considerou-se apenas os resultados onde se verificou a ocorrência da FLD, descartando-se as situações onde ocorreu FL. A Figura 12 resume os modelos analisados.

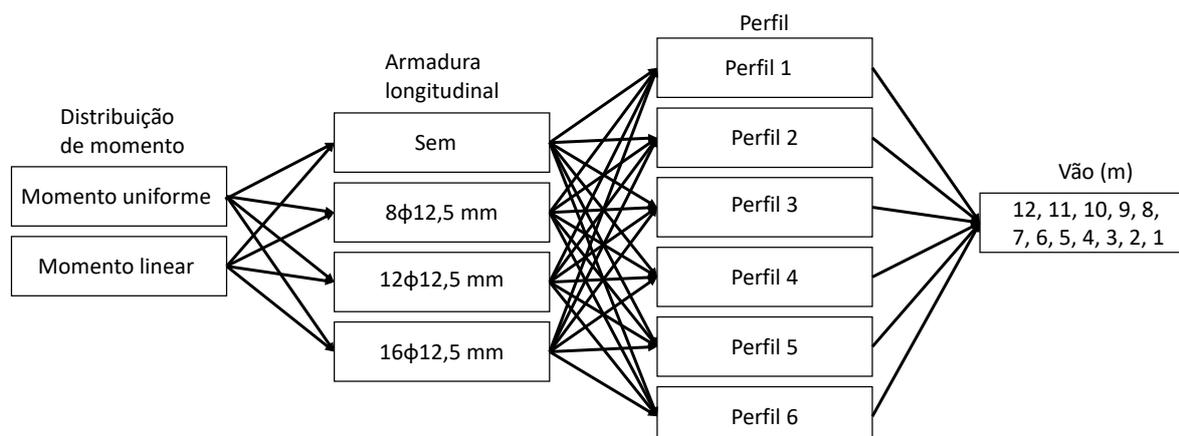


Figura 12. Esquematização dos modelos analisados no estudo paramétrico

Fonte: Elaborado pelos autores.

De acordo com a Figura 12 no total foram analisados 576 modelos. Os resultados e discussões, dos valores observados, são apresentados no item a seguir.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente, vale frisar que as análises foram desenvolvidas considerando sempre a rigidez infinita da laje de concreto, ou seja, além do deslocamento lateral também se impediu a rotação na mesa superior do perfil. Nessas condições, analisou-se duas situações de distribuição de momento fletor: a primeira com distribuição constante e a segunda com distribuição linear. Em seguida, os resultados obtidos foram confrontados com as propostas analíticas de momento crítico à FLD apresentadas por Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998).

Os primeiros resultados apresentam à análise da deformada à FLD nos modelos analisados. Verificou-se que a FLD ocorre com a formação de semiondas, cujo, número é dependente do vão da viga submetido a um momento fletor negativo, a Figura 13 representa essa situação.

Como pode ser observado na Figura 13, os valores de momento crítico são dependentes do número de semiondas da deformada da FLD. Para cada situação pode ser observado comportamento distintos da curva de assinatura da carga crítica, a depender do número de semiondas. Essa situação mostra a impossibilidade da descrição desse fenômeno por equações que apresentam um único comportamento, como as propostas por Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998). A Figura 14 confirma essa situação, em que se pode observar os resultados do modelo constituído pelo perfil 6 sem presença de armadura longitudinal sob ação de momento fletor negativo com distribuição uniforme.

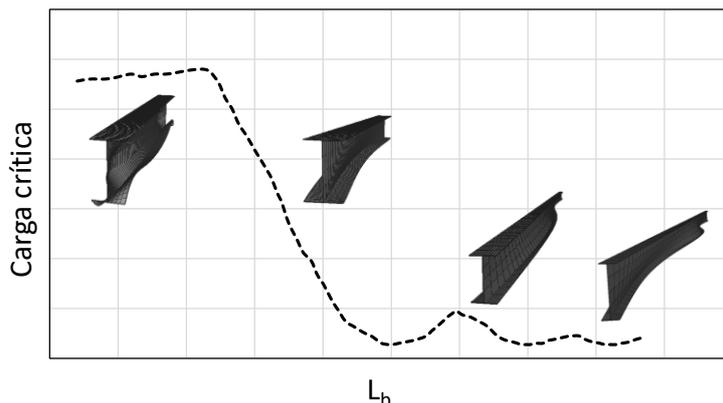


Figura 13. Curva de assinatura e deformadas para um modelo sob ação de momento fletor uniforme

Fonte: Elaborado pelos autores.

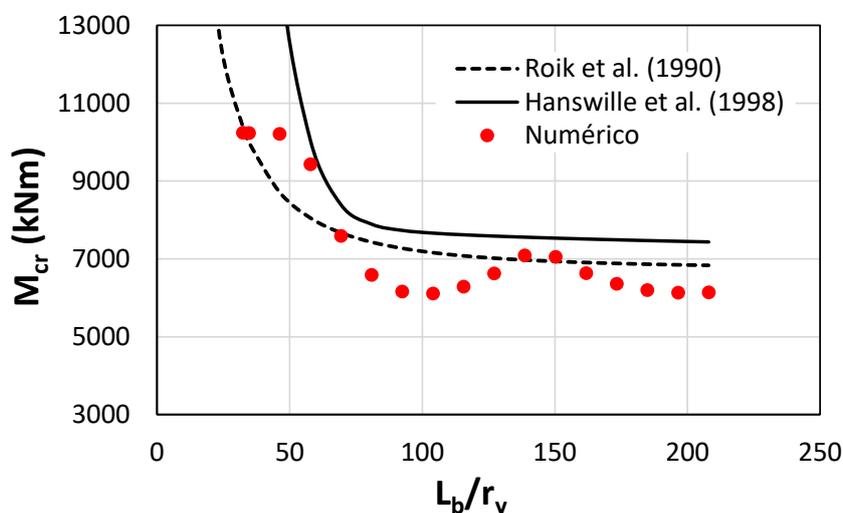


Figura 14. Comparação entre as curvas dos modelos analíticos com resultados numéricos

Fonte: Elaborado pelos autores.

Observa-se na Figura 14 que os resultados da análise numérica no GBTul, dependentes do número de semiondas, divergem dos resultados das propostas de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998). A comparação dos resultados da análise numérica com os modelos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998) são apresentados nos itens 5.1 e 5.2, respectivamente.

Os resultados também mostraram que para o mesmo perfil a variação do momento crítico elástico à FLD é pequena em relação ao comprimento do vão sob momento fletor negativo, como também observado por Rossi *et al.* (2020a). As maiores variações ocorrem para vão pequenos, como observa-se na Figura 14, onde pode-se verificar a ocorrência simultânea entre a FLD e modos de instabilidade local. O fator de maior influência no valor do momento crítico elástico à FLD são as dimensões da seção transversal do perfil I, conforme apresentado por Rossi (2020a).

5.1 Análise dos resultados com a proposta de Roik *et al.* (1990)

Como apresentado, o modelo de Roik *et al.* (1990) foi desenvolvido considerando o método da energia e esquematizado pelo modelo da estrutura em U invertido (*U-frame model*). Os resultados da Figura 15 foram obtidos para os modelos sem armadura longitudinal, são apresentados os resultados para a situação de distribuição uniforme e linear de momento fletor negativo.

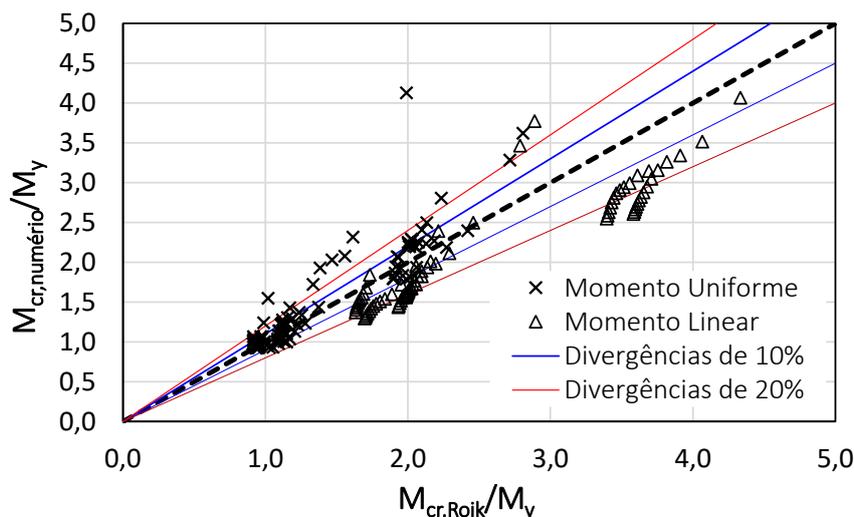


Figura 15. Resultados para os modelos sem armadura longitudinal

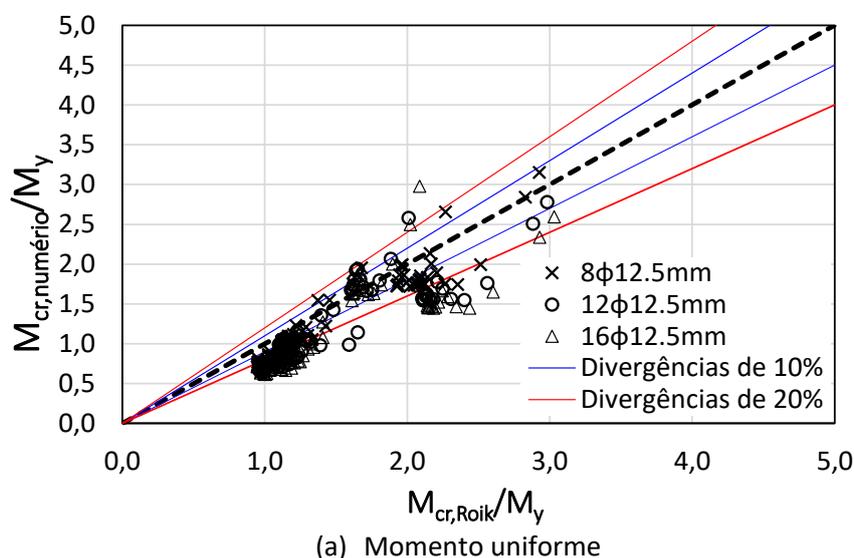
Fonte: Elaborado pelos autores.

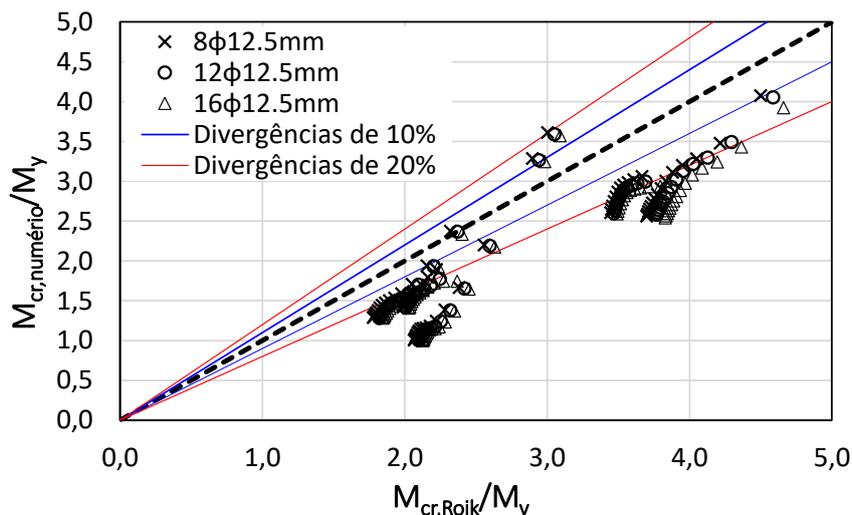
Em que:

- $M_{cr,Roik}$: é o momento crítico elástico obtido pelo procedimento de Roik *et al.* (1990);
- M_y : é o momento de início de escoamento da seção I;
- $M_{cr,numérico}$: é o momento crítico elástico à FLD obtido por meio de análise numérica com o *software* GBTul.

Por meio da observação da Figura 15 pode-se verificar que, para a situação de momento com distribuição uniforme, os resultados obtidos pela proposta de Roik *et al.* (1990) se mostraram conservadores. O erro médio para a situação de momento uniforme foi de 5,02% no sentido conservador, ou seja, os resultados numéricos forneceram valores de momento crítico elástico superiores aos obtidos pela proposta de Roik *et al.* (1990). Entretanto, para a situação de distribuição linear de momento fletor, verificou-se comportamento contrário à situação de distribuição uniforme. Como nota-se na Figura 15, os valores obtidos na análise numérica para a distribuição linear de momento fletor foram inferiores aos resultados das equações Roik *et al.* (1990). Portanto, uma situação não conservadora. O erro médio para a distribuição linear foi de 18,37% no sentido não conservador.

Já a Figura 16 apresenta os resultados para a distribuição uniforme e linear de momento fletor para as três diferentes taxas de armadura longitudinal. Como pode ser observado nos resultados apresentados na Figura 16, conforme se aumenta a taxa de armadura longitudinal, desloca-se a posição da linha neutra no sentido da laje de concreto, ocorrendo um aumento da região comprimida do perfil, maiores foram as divergências entre os resultados numéricos e analíticos. O erro médio, em comparação com os valores obtidos pelo procedimento de Roik *et al.* (1990) para a situação de momento uniforme, Figura 16a, foi de 25% no sentido não conservador, isto é, os valores analíticos foram superiores aos obtidos pelas análises numéricas. Para a distribuição linear de momento, Figura 16b, os resultados obtidos pela análise numérica também foram inferiores aos encontrados pela proposta de Roik *et al.* (1990), ou seja, tem-se uma situação não conservadora. O erro médio foi de 41% no sentido não conservador. Outra situação observada foi o aumento das divergências entre os resultados numéricos e o modelo de Roik *et al.* (1990), com o aumento da taxa de armadura longitudinal. Para a situação de $8\phi 12,5$ mm a diferença foi de 16,16%, para $10\phi 12,5$ mm a diferença foi de 24,31% e para a situação de $10\phi 12,5$ mm a diferença foi de 33,54%. O aumento da taxa de armadura longitudinal na laje de concreto acarreta em um deslocamento da linha neutra no sentido da laje de concreto. Portanto, com o aumento da armadura longitudinal ocorre um aumento área do perfil de aço sob tensões de compressão. Essa situação leva a uma redução do momento crítico elástico, visto que o fenômeno da FLD é facilitado com o aumento das tensões de compressão no perfil. Fato esse não totalmente abrangido pelo procedimento de Roik *et al.* (1990), o que levou a um aumento nas divergências com o aumento da taxa de armadura longitudinal.





(b) Momento linear

Figura 15. Resultados para os modelos com armadura longitudinal

Fonte: Elaborado pelos autores.

Por fim, a Figura 16 apresenta a comparação entre todos os resultados do modelo numérico com os obtidos pela proposta de Roik *et al.* (1990). Como pode ser observado, no geral, os resultados advindos da proposta de Roik *et al.* (1990) se mostraram não conservadores quando comparados com os valores obtidos pela análise numérica. O erro médio entre os valores numérico e analítico foi de 26,6% no sentido não conservador.

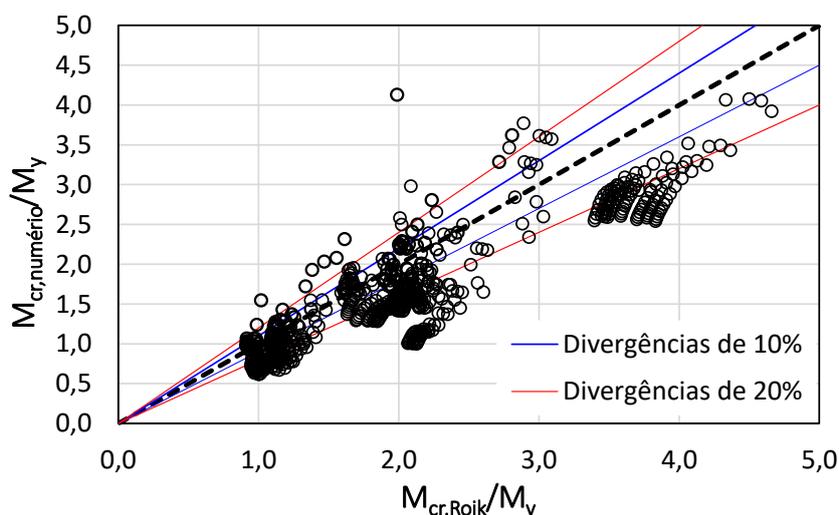


Figura 16. Resultados de todos os modelos numéricos comparados com o procedimento de Roik *et al.* (1990)

Fonte: Elaborado pelos autores.



5.2 Análise dos resultados com a proposta de Hanswille *et al.* (1998)

O modelo proposto por Hanswille *et al.* (1998) é semelhante ao modelo de Roik *et al.* (1990), ambos são fundamentos no modelo da estrutura em U invertido (*U-frame model*). Entretanto, diferentemente do modelo de Roik *et al.* (1990), desenvolvido pelo método da energia, a proposta de Hanswille *et al.* (1998) foi desenvolvida por meio da teoria de barras em base elástica. A Figura 17 apresenta os resultados para os modelos sem armadura longitudinal comparados com a proposta de Hanswille *et al.* (1998).

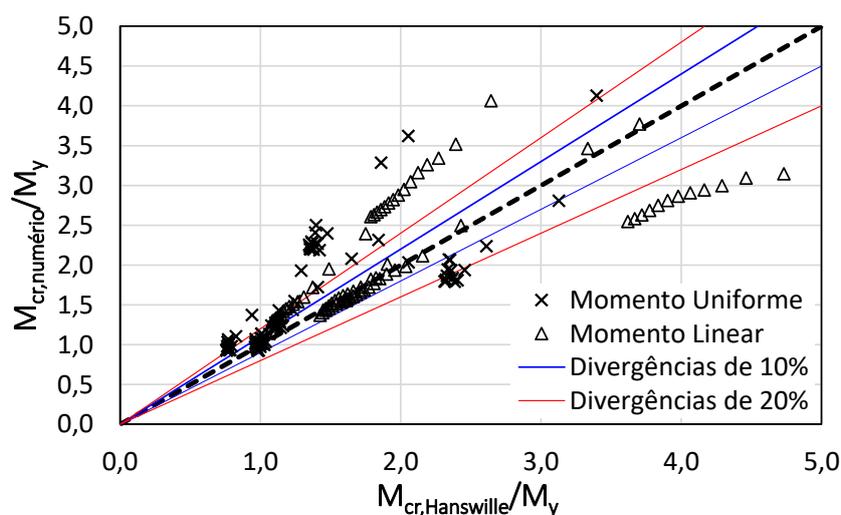


Figura 17. Resultados para os modelos sem armadura longitudinal

Fonte: Elaborado pelos autores.

Em que:

- $M_{cr,Hanswille}$: é o momento crítico elástico obtido pelo procedimento de Hanswille *et al.* (1998).

Para os modelos numéricos sem armadura longitudinal, em comparação com a proposta de Hanswille *et al.* (1998), tanto a situação de distribuição uniforme quanto a de distribuição linear de momento fletor negativo se mostraram conservadoras, conforme Figura 17. O erro médio para a situação de distribuição uniforme de momento fletor foi de 10,83% no sentido conservador e para a distribuição linear foi de 1,99% também no sentido conservador, observa-se que o erro médio para a situação de distribuição linear de momento fletor não é representativo, visto o grande número de observações que divergiram dos resultados do modelo de Hanswille *et al.* (1998).

A Figura 18 apresenta os resultados para a condição de distribuição uniforme de momento fletor, Figura 18a, e para a situação de distribuição linear de momento fletor, Figura 18b, com variação da taxa de armadura longitudinal

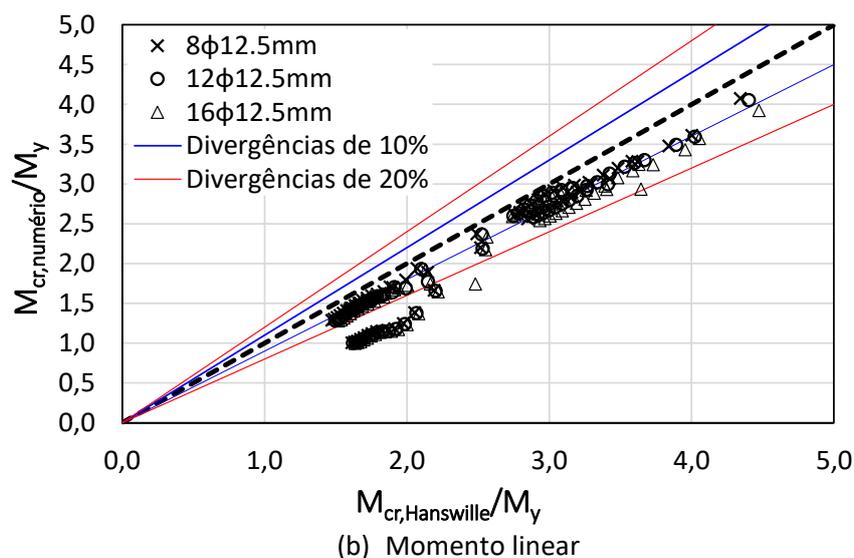
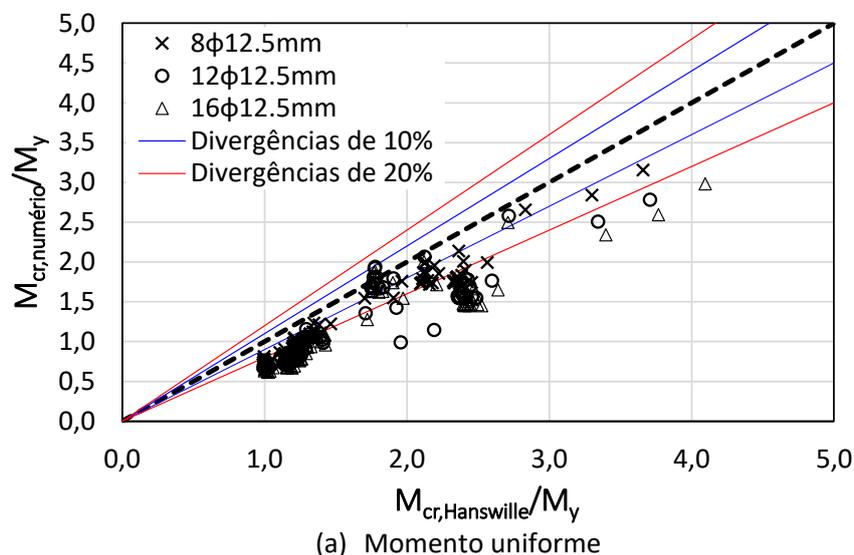


Figura 18. Resultados para os modelos com armadura longitudinal

Fonte: Elaborado pelos autores.

Observando os resultados da Figura 18a, pode-se afirmar que a proposta de Hanswille *et al* (1998) fornece valores de momento crítico à FLD superiores aos obtidos pela análise numérica. O erro médio observado foi de 34% no sentido não conservador para a situação de distribuição uniforme de momento fletor. Para a distribuição linear de momento fletor, Figura 18b, averiguou-se um comportamento não conservador dos valores obtidos pela proposta de Hanswille *et al.* (1998), com erro médio foi de 21% no sentido não conservador, conforme Figura

18b. Assim como observado para modelo de Roik *et al.* (1990), houve aumento das divergências para maiores taxas de armadura longitudinal, essa situação também foi observada para o modelo de Hanswille *et al.* (1998). Para a situação de $8\phi 12,5$ mm a diferença foi de 34,38%, para $10\phi 12,5$ mm a diferença foi de 43,60% e para a situação de $10\phi 12,5$ mm a diferença foi de 53,90%. Essas divergências ocorrem devido ao deslocamento da linha neutra com o aumento da armadura longitudinal, que leva a um aumento da área do perfil I sob tensões de compressão, e, portanto, a uma redução do momento crítico elástico.

Por último, a Figura 19 apresenta a comparação entre todos os resultados do modelo numérico com os resultados obtidos pela proposta de Hanswille *et al.* (1998). O erro médio obtido foi de 19,88% no sentido não conservador.

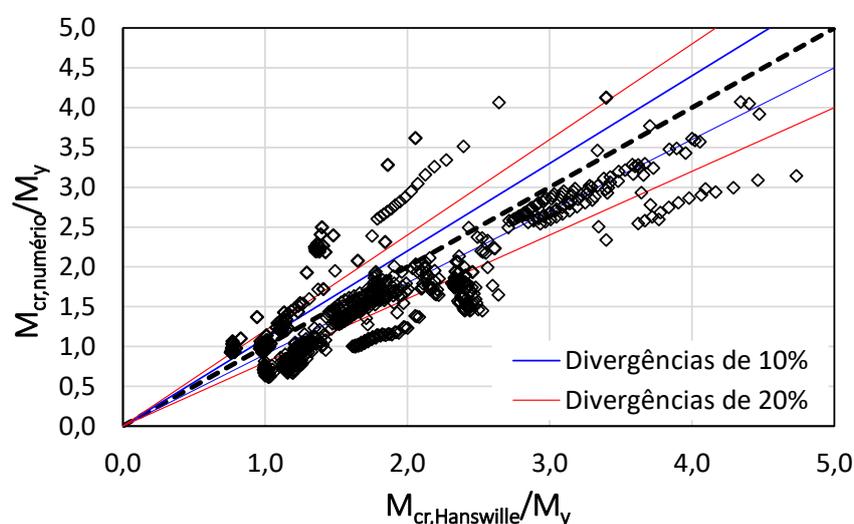


Figura 19. Resultados de todos os modelos numéricos comparados com o procedimento de Hanswille *et al.* (1998)

Fonte: Elaborado pelos autores.

5.3 Comparação entre os procedimentos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998)

O gráfico da Figura 19 apresenta a comparação entre os procedimentos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998), além da comparação com os resultados numéricos.

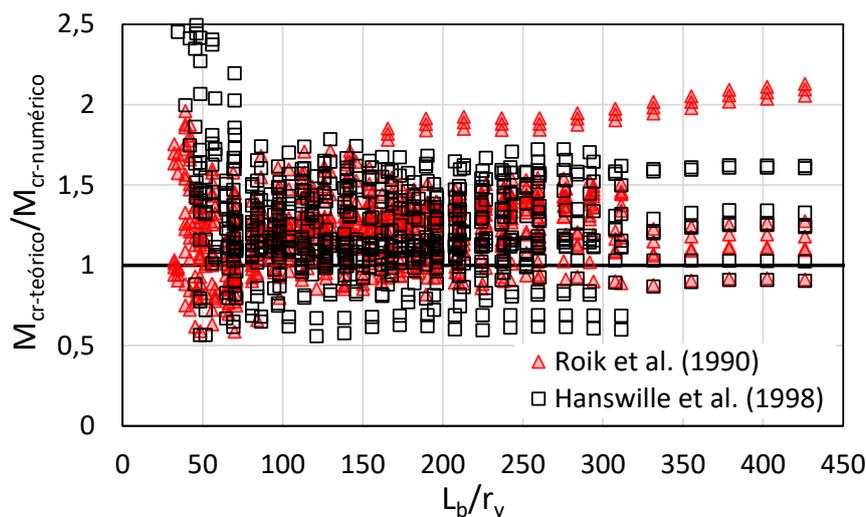


Figura 19. Resultado das análises de momento crítico elástico

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os resultados evidenciam uma situação predominantemente não conservadora para ambos os procedimentos. Realizando comparação entre o procedimento de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998), verifica-se, Figura 19, que o procedimento da Hanswille apresenta resultados mais próximos aos da análise numérica, portanto, é mais conservador quando comparado ao modelo de Roik *et al.* (1990). O valor da razão ($M_{cr\text{-teórico}}/M_{cr\text{-numérico}}$) é de 1,20 para a metodologia proposta por Hanswille *et al.* (1998) e de 1,27 para a metodologia proposta por Roik *et al.* (1990). Essas divergências entre os valores numéricos e os valores teóricos pode levar ao dimensionamento equivocado de vigas mistas de aço e concreto, visto que os principais procedimentos normativos, partem do princípio da determinação do momento crítico elástico. Como é o caso da ABNT NBR 8800:2008 que utiliza a metodologia de Roik *et al.* (1990) para determinação do momento crítico elástico.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo investigar o momento crítico elástico à FLD em vigas mistas de aço e concreto. Por meio do desenvolvimento de um estudo paramétrico, desenvolvido com a realização de análises de estabilidade elástica no *software* GBTul, comparou-se os resultados numéricos com os procedimentos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998) utilizados na determinação do momento crítico elástico a FLD em vigas mistas de aço e concreto. No desenvolvimento das análises, os seguintes parâmetros foram investigados: seção transversal do perfil I, taxa de armadura longitudinal, e o comprimento do vão destravado sob ação de momento fletor negativo. As vigas foram submetidas a uma distribuição uniforme de momento fletor negativo e a uma distribuição linear. Com a realização dessa investigação pode-se concluir que:

- Para a situação de distribuição uniforme de momento fletor negativo, sem a presença de armadura longitudinal, tanto o procedimento de Roik *et al.* (1990), quanto o procedimento de Hanswille *et al.* (1998), apresentaram valores inferiores de momento crítico elástico quando comparados aos resultados numéricos. O procedimento de Roik *et al.* (1990) apresentou valores 5,02% inferiores e o procedimento de Hanswille *et al.* (1998) valores 10,83% inferiores;
- Nas situações de distribuição linear de momento fletor negativo, tanto o procedimento de Roik *et al.* (1990), quanto o procedimento de Hanswille *et al.* (1998) apresentaram valores superiores aos obtidos por meio dos modelos numéricos;
- Com o aumento da taxa de armadura longitudinal os procedimentos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998) se distanciaram dos valores de momento crítico elástico obtidos pelo modelo numérico proposto. Os resultados de momento crítico elástico se tornaram superiores aos calculados pelo *software* GBTul;
- O modelo de Hanswille *et al.* (1998) forneceu resultados mais próximos dos valores de momento crítico elástico obtidos pela análise numérica. Por outro lado, o modelo de Roik *et al.* (1990), apresentou maiores divergências. Essa situação mostra a teoria de barras em base elástica, adotada por esse modelo, melhor representa o problema da FLD.
- As diferenças observadas entre os resultados calculados pelo GBTul e os calculados pelos procedimentos analíticos possuem algumas justificativas. A primeira justificativa diz respeito ao modelo da estrutura em U invertido (*U-frame model*) que como apontado por diversos pesquisadores não é um modelo preciso para a determinação do momento crítico elástico a FLD, e ambos os procedimentos avaliados se utilizam desse modelo (JOHNSON E BRADFORD, 1983; WILLIAMS E JEMAH, 1987; BRADFORD E RONAGH 1997; BRADFORD 1997; E BRADFORD, 1986). Outra justificativa foi a observação de acoplamento entre os modos de estabilidade, verificando-se a ocorrência simultânea da FLD com modos locais, situação não tratada pelos procedimentos analisados;
- Em termos práticos verificou-se uma grande complexidade nos cálculos do momento crítico elástico pelos procedimentos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998). Essa situação leva a um dificuldade para o meio técnico na estimativa da capacidade resistente à FLD de vigas mistas de aço e concreto;
- Os resultados calculados pelos procedimentos de Roik *et al.* (1990) e Hanswille *et al.* (1998) apresentaram diferenças significativas com os calculados pelo *software* GBTul, portanto, essas divergências levam a incertezas na estimativa do momento crítico elástico e, consequentemente, na estimativa do momento último a FLD;
- Portanto, verifica-se que ainda existem incertezas na investigação da FLD em vigas mistas de aço e concreto e que os procedimentos disponíveis são de difícil utilização. Esse fato, aponta a necessidade de maiores investigações acerca do fenômeno da FLD em vigas mistas de aço e concreto.



7 REFERÊNCIAS

- AMARAL, T. V. *Avaliação da Influência da Distribuição de Momentos Fletores no Momento Crítico Elástico à Flambagem Lateral com Distorção de Vigas Mistas Contínuas*. 2016. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.
- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE AND HIGHWAY TRANSPORTATION OFFICIALS. (AASHTO) (2017), *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*, 8th ed. with 2017 Interim Provisions, AASHTO, Washington, DC.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION/AISC - *AISC 360-16: Specification for Structural Steel Buildings*. Chicago, EUA, 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - *ABNT NBR 8800*. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.
- BEBIANO, R., CAMOTIM D., GONÇALVES R., *Thin-Walled Structures* GBTul 2.0 – A second-generation code for the GBT based buckling and vibration analysis of thin-walled members, *Thin Walled Struct.* 124 (2018) 235–257.
- BRADFORD, M. A. Inelastic Distortional Buckling of I Beams. *Computers and Structures*, v. 24, n. 6, p. 923–933, 1986
- BRADFORD, M. A. Lateral-distortional buckling of continuously restrained columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 42, n. 2, p. 121–139, maio 1997.
- BRADFORD, M. A.; RONAGH, H. R. Generalized Elastic Buckling of Restrained I-Beams by FEM. *Journal of Structural Engineering*, v. 123, n. 12, p. 1631–1637, dez. 1997
- CHEN, W.; YE, J. ELASTIC LATERAL AND RESTRAINED DISTORTIONAL BUCKLING OF DOUBLY SYMMETRIC I-BEAMS. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 10, n. 05, p. 983–1016, 30 dez. 2010.
- DASSAULT SYSTÈMES. *ABAQUS v6.12*; 2012.
- DIAS, J. V. F, OLIVEIRA, J. P. S., CALENZANI, A. F. G.; FAKURY, R. H. Elastic Critical Moment of Lateral-Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams under Uniform Hogging Moment. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 19, n. 07, p. 1950079, 26 jul. 2019.
- EUROCODE 4. *EN 1994-1-1:2004*. Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, standard, Comité Européen de Normalisation (Brussels, Belgium, 1994).
- GUO, F.; ZHOU, S.; JIANG, L. Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region. *Advances in Materials Science and Engineering*. v. 2015, 2015.



- HANSWILLE, G., LINDNER, J., & MÜNICH, D. *Lateral Torsional Buckling of Composite Beams* (em alemão). *Stahlbau*, v. 67, pp. 525-535, 1998.
- JOHNSON RP, BRADFORD MA. Distortional lateral buckling of continuous composite bridge girders. In: Morris LJ, editor. *International conference on stability and plastic collapse of steel structures*; 1983. p. 569-80.
- ROIK, K., HANSWILLE, G., & KINA, J. *Solution for the Lateral Torsional Buckling Problem of Composite Beams* (em alemão). *Stahlbau*, v. 59, pp. 327-332, 1990.
- ROSSI A, NICOLETTI RS, DE SOUZA AS, *et al.* (2020a) Numerical assessment of lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 172: 106192.
- ROSSI A, NICOLETTI RS, DE SOUZA AS, *et al.* (2020b) Lateral distortional buckling in steel-concrete composite beams: A review. *Structures*, v. 27: 1299–1312.
- ROSSI A, FERREIRA FPV, MARTINS CH, *et al.* (2020c) Assessment of lateral distortional buckling resistance in welded I-beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 166, ID 105924.
- ROSSI A, MARTINS CH, NICOLETTI RS, *et al.* (2020d) Reassessment of lateral torsional buckling in hot-hollowed I-beams. *Structures*, v. 26, ID 524536.
- STANDARD ASSOCIATION OF AUSTRALIA/STANDARD ASSOCIATION OF NEW ZEALAND. *AS/NZS 2327 Composite structures - Composite steel-concrete construction in buildings*, Sydney (Australia), 2017.
- STANDARDS ASSOCIATION OF AUSTRALIA. *AS 4100 (R2016) Steel structures*. Sydney (Australia), 2016.
- SVENSSON, S. E. Lateral buckling of beams analysed as elastically supported columns subject to a varying axial force. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 5, n. 3, p. 179–193, 1985.
- WANGBAO, Z., LIZHONG, J., JUNTAO, K., MINXI, B. Distortional Buckling Analysis of Steel-Concrete Composite Girders in Negative Moment Area. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2014, p. 1–10, 2014.
- WILLIAMS, F. W.; JEMAH, A. K. Buckling curves for elastically supported columns with varying axial force, to predict lateral buckling of beams. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 7, n. 2, p. 133–147, jan. 1987.
- YE, J. H.; CHEN, W. Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 13, n. 1, p. 1–29, 2013.
- ZHOU, W-B., LI, S-J. YAN, W-J. Practical formulas towards distortional buckling failure analysis for steel–concrete composite beams. *Struct. Design Tall Spec. Build.* 2016; 25: 1055–1072



ZHOU, W. B., JIANG, L-Z., LI, S-J. KONG, F. Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 16, n. 8, p. 1–22, 2016.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

COMO CITAR ESTE ARTIGO:

Rossi, A., Nicoletti, R. S., Souza, A. S. C., Martins, C. H. (2021). Análise numérica do momento crítico elástico à flambagem lateral com distorção de vigas mistas de aço e concreto. *Holos*, 37 (1), 1-28.

SOBRE OS AUTORES

A. ROSSI,

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil na Linha de Pesquisa de Estudo e Desenvolvimento de Sistemas Estruturais pela Universidade Federal de São Carlos (PPGECiv/UFSCar). E-mail: alexandre-rossi@hotmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9590-1554>

R. S. NICOLETTI,

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil na Linha de Pesquisa de Estudo e Desenvolvimento de Sistemas Estruturais pela Universidade Federal de São Carlos (PPGECiv/UFSCar). E-mail: renato_nicoletti@hotmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3021-0944>

A. S. C. SOUZA,

Professor Associado do Departamento de Engenharia Civil (DECiv) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). E-mail: alex@ufscar.br

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3411-0649>

C. H. MARTINS,

Professor Associado do Departamento de Engenharia Civil (DEC) da Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: chmartins@uem.br

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7342-5665>

Editor(a) Responsável: Francinaide de Lima Silva Nascimento

Pareceristas Ad Hoc: ELYSON POZO LIBERATI E MARÍLIA GONÇALVES MARQUES



