

## ATIVIDADE DIDÁTICA DE ANÁLISE DO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET UTILIZANDO PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS

G. F. SOUZA

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
<https://orcid.org/0000-0002-9934-1256>  
gustavo.fontoura@ifrn.edu.br

Submetido 29/09/2018 - Aceito 04/05/2020

DOI: 10.15628/holos.2022.7806

### RESUMO

Este artigo visa relatar o desenvolvimento do trabalho realizado no IFRN, envolvendo alunos de ensino médio que construíram um foguete de garrafas PET e realizaram a filmagem do processo de lançamento para analisar e modelar o lançamento. Inicialmente, era apenas uma alternativa ao processo de medição do alcance do lançamento que é feito manualmente. Contudo, após a realização deste trabalho, outros

parâmetros físicos puderam ser estimados, como velocidade inicial e altura máxima. Os resultados da segmentação da imagem permitiram a identificação da posição do foguete em cada *frame* das imagens da filmagem, além disso, foram realizadas duas regressões com vistas a estimar modelos para a trajetória do foguete. Este trabalho propiciou o aprofundamento do aprendizado dos alunos acerca do tema em questão.

**PALAVRAS-CHAVE:** lançamento oblíquo, resistência do ar, foguete PET, processamento de imagem.

## DATA ANALYSIS OF THE PET BOTTLE ROCKET LAUNCH WITH DIGITAL IMAGE PROCESSING

### ABSTRACT

This paper aims at reporting the development of a work developed at IFRN with high school students that built a rocket from PET bottles and filmed the process of launching in order to analyze and model the launching. In beginning, idea was only to find an alternative for the reaching measurement process of the launching that was manually performed. However, after we use image

processing, another items was estimated, such as initial velocity and maximum height. The results of segmentation of rocket position in each frame of the video could be obtained and two regressions models were estimated in order to describe rocket trajectory. This work provided the enhancement of the students' learning about the subject.

**KEYWORDS:** oblique launching, air resistance, PET rocket, image processing.

## 1 INTRODUÇÃO

O Lançamento oblíquo de projéteis é um conteúdo indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1999) e presente nos livros de Física do Ensino Médio do Brasil. Livros como Bonjorno, Ramos, Prado, e Casemiro (2016), adotado por mais de 900 mil alunos no Programa Nacional do Livro (PNLD) 2018 em todo o Brasil (Schivani, Souza e Antunes, 2020), dedicam um capítulo inteiro (capítulo 7 – Lançamento de Projéteis) a esse conteúdo, mesmo sendo um conteúdo cujos fundamentos estão dispostos em outros capítulos, como movimento uniforme e movimento uniformemente variado.

Diversas situações práticas e cotidianas podem ser enquadradas como um lançamento oblíquo de projéteis, como por exemplo, o chute aplicado à bola de futebol na execução de um “tiro de meta” ou no arremesso da bola à cesta do basquete. Em função da disponibilidade dessas situações cotidianas, é comum professores realizarem atividades práticas com seus alunos, visando auxiliar a aprendizagem desse conteúdo. Atividades estas que vão desde lançamentos de bolas de gude com disparadores de pressão, ou com molas, até lançamento de foguetes artesanais, como em Souza (2007), que descreve a construção de um foguete com garrafas PET.

Uma atividade que ficou conhecida pelos alunos de todo o Brasil foi o lançamento de foguetes confeccionados a partir de garrafas de polietileno tereftalato (PET). Essa popularização da atividade deve-se muito à Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG), que é um evento anual que ocorre dentro da Olimpíada Brasileira de Astronomia (OBA) e é organizado pela Sociedade Astronômica Brasileira (SAB), em parceria com a Agência Espacial Brasileira (AEB). Em 2019 foi realizada a XII MOBFOG, que contou com a participação de 154.578 estudantes, distribuídos em 2.786 escolas em todo Brasil (Canale, 2019).

Na MOBFOG os alunos do ensino fundamental e médio de todo o Brasil são desafiados a desenvolver um protótipo de foguete e proceder seu lançamento. Nessa competição é medido o alcance (distância horizontal entre o ponto de lançamento e o ponto de retorno ao solo) do foguete, que é lançado a partir de uma base formando um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. Essa atividade permite que os alunos deparem-se com problemas práticos inerentes à realização da tarefa, assim como se familiarizem e incorporem conceitos como velocidade, aceleração da gravidade e decomposição vetorial.

A partir da atividade proposta na MOBFOG, para alunos no ensino médio, grupos de alunos formaram equipes para a montagem e realização desta atividade. Ao realizar os lançamentos, um dos alunos do grupo tem a tarefa de observar e indicar o local do contato do foguete com o solo, quando este retorna após o lançamento, enquanto que, um segundo aluno, com uma trena, efetua a medição da distância entre o ponto do lançamento e o local marcado pelo primeiro aluno. Esse processo apresenta algumas limitações e dificuldades, como por exemplo, quando a distância a ser medida é maior que o comprimento da trena ou quando o local do contato do foguete com o solo não é acessível com facilidade. Outra questão é que os alunos que observam o lançamento ficam “chutando” as alturas de cada lançamento, indicando que esse ou aquele foguete lançado foi o mais alto. Assim, com o objetivo de buscar uma alternativa ao processo de medição do alcance e estimar outras medidas, como a altura máxima alcançada e, ao mesmo tempo, proporcionar uma atividade que reforce ainda mais os conceitos

físicos relacionados a essa atividade, propõe-se a análise de um lançamento do foguete utilizando processamento de imagens.

Essa atividade consiste em registrar o lançamento do foguete realizado pelo grupo, através de um sistema de aquisição de imagens (câmera filmadora digital), processamento das imagens, visando extrair dados sobre a posição ocupada pelo foguete em cada instante do lançamento e tempo decorrido entre o lançamento e cada posição ocupada. A partir dessas informações pode-se utilizar técnicas de análise regressão, visando encontrar modelos matemáticos para descrever o lançamento. A análise de regressão é a técnica cujo objetivo é estimar os parâmetros dos modelos, nesse caso do lançamento do foguete. A partir dos parâmetros estimados, pode-se obter as diversas informações desejadas, tais como o alcance, a altura máxima, o ângulo de lançamento e etc.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As atividades educacionais envolvendo práticas com o lançamento de projéteis têm sido exploradas por professores sob diversos aspectos pedagógicos. Além de ser um conteúdo que envolve conceitos físicos e matemáticos, como velocidade, aceleração e parábolas, o próprio ato de confeccionar o foguete e a realização do seu lançamento permite aos alunos vivenciar uma situação prática na qual ele é submetido a situações de dificuldade e busca por soluções que por vezes é encontrada na teoria vista em sala de aula.

Diversos professores utilizaram-se do experimento do lançamento de foguetes com garrafas PET para auxiliar a aprendizagem, como em Souza e Amauro (2016), Silva Teles et al. (2018), de Oliveira et al. (2017) e Ninow e Kaiber (2016). Estes trabalhos apresentam, essencialmente, a descrição da proposta e realização do projeto do lançamento do foguete com garrafas PET, de acordo com o regulamento da MOBFOG. Os resultados educacionais são muito importantes para a formação dos alunos, no sentido de conseguir relacionar os conceitos físicos e matemáticos com um procedimento prático e lúdico.

Ninow e Kaiber (2016) descrevem, ainda, o procedimento realizado para modelar o movimento, utilizando o software de planilhas eletrônicas (Microsoft Excel). Todavia, utilizam como informações para a modelagem os valores do tempo, medido com o cronômetro, o alcance e a altura máxima, o que torna a tarefa de encontrar o modelo matemático um pouco mais simples.

Outras vertentes podem ser trabalhadas na atividade do lançamento de foguete de PET, assim como Setti et al. (2016), que discute o lançamento oblíquo de projétil de uma equipe da MOBFOG 2015 visando encontrar a quantidade/proporção de vinagre e bicarbonato que obtenha a maior potência e, por conseguinte, maior alcance. Setti encontrou um modelo que relaciona a quantidade de bicarbonato em função da distância alcançada pelo foguete. Assim como Fonseca et al. (2018) que também busca uma relação matemática entre a quantidade de reagente e a pressão interna em foguetes de PET. Neste trabalho, Fonseca et al. (2018) busca a modelagem, considerando os princípios químicos que regem a reação que libera  $\text{CO}_2$  e, conseqüentemente, eleva a pressão no recipiente responsável pela propulsão do foguete.

No contexto do ensino de matemática, alguns trabalhos utilizam o lançamento para aprimorar o conhecimento dos conceitos matemáticos, como em Morais (2014) e Quequi (2015) que apresentam a utilização do lançamento de foguetes de PET como ferramenta para a aprendizagem de funções quadráticas para alunos de ensino médio, utilizando, inclusive, filmagem do lançamento do foguete com vídeo-análise.

Se for considerada a resistência do ar, uma nova modelagem física, também, precisa ser realizada. Alguns trabalhos levam em conta a influência do ar no lançamento, como Queiroz e Cuzinato (2016), que na sua metodologia levam em consideração a força de arrasto no seu modelo. Já Oliveira et al. (2019) propõe a medição do coeficiente de arrasto do ar em baixas velocidades de foguetes de garrafas PET à água e com ar comprimido. Essa tarefa é realizada com a ajuda de uma câmera filmadora, que registra os eventos de queda livre e lançamento oblíquo. Com esses recursos foi possível obter a estimativa para o coeficiente de arrasto.

A utilização de vídeo-análise para realizar o registro da trajetória e movimento de partículas tem sido comum em atividades envolvendo experimentos educacionais. Jesus e Sasaki (2015) utilizam vídeo-análise para modelar o experimento didático do lançamento horizontal de uma esfera. Neste trabalho, os autores consideram que a vídeo-análise revelou-se um instrumento eficiente e barato para abordar o problema de forma rigorosa e completa, tanto do ponto de vista experimental quanto teórico, uma vez que permitiu identificar um modelo com muita exatidão para descrever o movimento. Bezerra et al. (2012) e Leitão et al. (2011) também apresentam trabalhos que utilizam vídeo-análise em experimentos didáticos visando melhorar o entendimento sobre os experimentos, aperfeiçoar os modelos físicos e matemáticos destes e constituir uma abordagem moderna interdisciplinar e prazerosa com as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Em Leitão et al. (2011), o pêndulo simples é o experimento escolhido para realização da atividade e um questionário é aplicado aos alunos visando identificar suas impressões sobre a atividade. Já Bezerra et al (2012) trata de alguns experimentos com a utilização do *software* Tracker (Physlets.org, 2020), que permite realizar análise de vídeos quadro a quadro, graças ao que é possível o estudo de diversos tipos de movimento, a partir de filmes feitos com câmaras digitais ou webcams de computadores comuns e telefones celulares.

### 3 MODELAGEM DO LANÇAMENTO OBLÍQUO

O lançamento oblíquo de projétil é o movimento descrito pela composição de dois movimentos: um na direção vertical e outro na direção horizontal (Gaspar, 2005). Na horizontal, apresenta-se como um movimento com velocidade constante também chamado de movimento uniforme e, na vertical, um movimento com aceleração constante ou movimento uniformemente variado. A Figura 1 apresenta um típico lançamento oblíquo de projétil e as principais grandezas físicas envolvidas. Nesta Figura, o autor destaca as grandezas envolvidas no processo, como a velocidade inicial de lançamento ( $\vec{V}_o$ ), a aceleração da gravidade local ( $\vec{g}$ ) e o ângulo de lançamento ( $\theta$ ). Os eixos indicam medidas de comprimento que permitem observar, a cada instante, a distância horizontal percorrida, inclusive, o alcance do lançamento ( $d$ ) e a altura do projétil em cada instante, incluindo a altura máxima ( $h_{máx}$ ) alcançada.

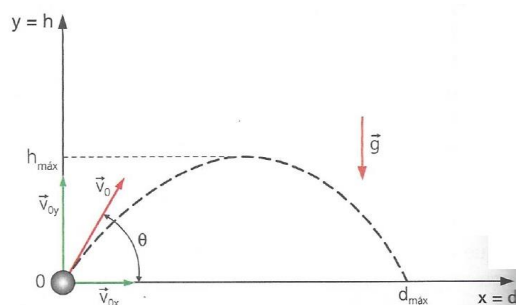


Figura 1: Diagrama esquemático do lançamento oblíquo. Fonte: GASPAR, 2005.

### 3.1 Movimento sem resistência do ar

O Movimento da partícula, mostrada na Figura 1, quando se despreza os efeitos da resistência do ar, obedece a Equação 1, na qual “ $y(x)$ ” é a posição vertical da partícula em função da posição horizontal ( $x$ ),  $\vec{g}$  é a aceleração da gravidade local,  $\vec{V}_x$  é a velocidade horizontal e  $\vec{V}_{oy}$  é a velocidade inicial da partícula na direção vertical. As velocidades na horizontal ( $\vec{V}_x$ ) e vertical inicial ( $\vec{V}_{oy}$ ) são obtidas através da decomposição da velocidade inicial de lançamento ( $\vec{V}_o$ ). Essa decomposição, que utiliza o ângulo de lançamento ( $\theta$ ) e velocidade inicial ( $\vec{V}_o$ ), podem ser relacionadas de acordo com as Equações (2) e (3).

Em um lançamento oblíquo particular em que a velocidade inicial de lançamento seja fixada ( $\vec{V}_o$ ) e este ocorra sob um ângulo de lançamento ( $\theta$ ), os valores de  $V_x$  e  $V_{oy}$  serão constantes na equação (1), por se tratarem de um movimento uniforme (movimento horizontal) e a velocidade inicial do movimento uniformemente variado (movimento vertical), respectivamente. Pode-se considerar que o valor da aceleração da gravidade ( $\vec{g}$ ) não sofre alterações ao longo do lançamento, ou seja, também é um valor constante. Logo, a relação de “ $y(x)$ ” e “ $x$ ” é quadrática, ou seja, o projétil apresenta uma trajetória parabólica, conforme exemplificado no gráfico da Figura 2.

$$y(x) = y_o + \frac{V_{oy}}{V_x} x - \frac{g}{2V_x^2} x^2 \quad (1)$$

$$V_x = V_o \cos\theta \quad (2)$$

$$V_{oy} = V_o \text{sen}\theta \quad (3)$$

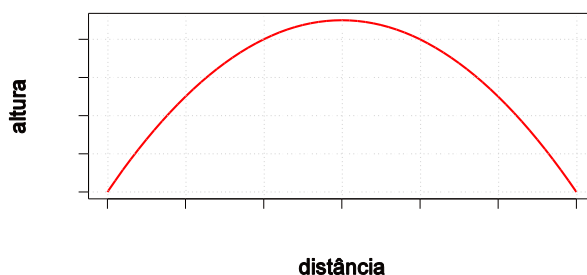


Figura 2: Gráfico lançamento oblíquo sem resistência do ar. Fonte: elaboração própria.

### 3.2 Movimento com resistência do ar

Caso seja considerada a resistência do ar, uma nova modelagem deve ser feita. A Equação (4) relaciona a coordenada  $y$  (altura) em função da coordenada  $x$  (distância horizontal). Na Equação (4),  $\beta$  é o parâmetro de resistência do ar (FREIRE et al., 2016). Observa-se que é uma equação não linear, uma vez que a coordenada  $x$ , na segunda parcela da soma, é argumento da função logaritmo natural. Uma partícula lançada obliquamente num local na qual a resistência do ar não possa ser desprezada, segundo Equação 4, apresenta trajetórias típicas como a mostrada na Figura 3, que se refere ao lançamento de uma partícula lançada a  $45^\circ$ , com uma velocidade inicial de 30 m/s, num local em que a aceleração da gravidade é  $9,81 \text{ m/s}^2$ , considerando resistência do ar de  $0,80 \text{ s}^{-1}$  e  $0,90 \text{ s}^{-1}$ . É importante perceber que se  $\beta \rightarrow 0$  na Equação 4, obtêm-se a Equação 1, conforme apresentado em FREIRE et al. (2016).

$$y(x) = \left( tg\theta + \frac{g}{\beta V_o \cos\theta} \right) x + \frac{g}{\beta^2} \ln \left( 1 - \frac{\beta x}{V_o \cos\theta} \right) \quad (4)$$

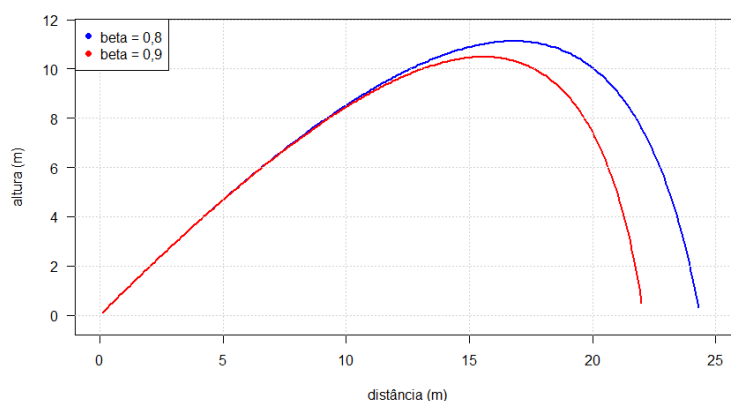


Figura 3: Gráfico lançamento oblíquo com resistência do ar. Fonte: elaboração própria.

## 4 METODOLOGIA

Este trabalho foi desenvolvido em três etapas distintas nas quais os diferentes grupos de alunos participaram. O primeiro grupo, contendo três alunos, foi responsável pela construção e pelo lançamento do foguete. O segundo grupo, também com três alunos, realizou a montagem dos equipamentos para aquisição de imagens e o processo de aquisição de dados. O último grupo, também com três alunos da mesma série, teve a tarefa de analisar os dados e obter parâmetros dos modelos. Todos os participantes deste trabalho eram alunos do terceiro ano do ensino médio integrado de mecatrônica.

### 4.1 Lançamento do Foguete

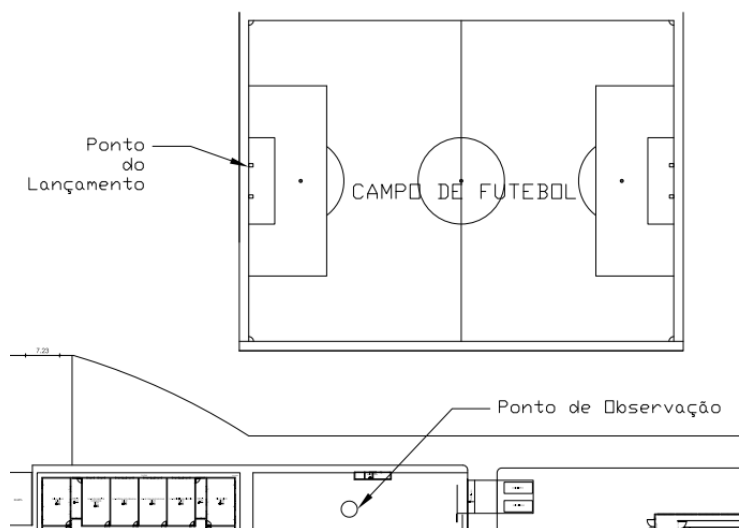
A equipe de alunos que realizou a construção do foguete utilizando garrafas PET seguiu o Regulamento da Mostra Brasileira de Foguetes (Canalle, 2016) para o nível 4 (alunos do ensino-médio) e foi a mesma equipe que participou da MOBFOG. O foguete fica numa base de lançamento presa ao chão feita com tubos de PVC, conforme Figura 4. O foguete é lançado e é utilizada como combustível a mistura, em proporção de aproximadamente 10%, de vinagre (ácido acético com concentração de 4 %) e bicarbonato de sódio. A concentração de 10% é empírica e foi obtida após alguns testes em laboratório.



Figura 4: Base para o lançamento do foguete.

Fonte: elaboração própria.

O lançamento foi realizado em uma área a céu aberto do Campus Parnamirim do IFRN. Nesta área está o campo de futebol e as marcações do campo foram utilizadas como referência para o lançamento. O ponto de lançamento é a trave do campo e o comprimento do campo (90 m) serve como referência para o alcance do foguete. A Figura 5 apresenta a planta da área utilizada para o lançamento.



**Figura 5: Planta de localização do ponto de lançamento e ponto de observação em escala Natural. Fonte: elaboração própria.**

Foram realizados três lançamentos com o mesmo foguete. Contudo, somente em um deles obteve-se todas as condições controladas (câmera, disparo, medições). Os dois primeiros lançamentos serviram como aprendizagem para a realização do terceiro. Após o terceiro lançamento, o foguete não tinha mais condições de ser lançado, devido aos impactos no chão ao cair, ou seja, a garrafa PET está muito danificada.

#### 4.2 Aquisição de dados

Para a aquisição das imagens, utilizou-se a câmera fotográfica pertencente ao Campus Parnamirim do IFRN: uma "EOS REBEL T3" da marca Canon, a qual permitiu registrar um pequeno filme com qualidade de 1920 x 1080 (*fullHD*) em 30 quadros por segundo (29,97 fps). (Canon, 2012). A câmera foi apoiada sobre um tripé, na posição indicada na Figura 5 e nivelada na horizontal, permanecendo, nesta posição, até ao final da filmagem. A câmera ficou a 75,60 metros da posição do lançamento (primeira trave do campo de futebol) e a 99,00 metros da segunda trave do campo de futebol. O ideal seria localizar a câmera numa posição equidistante das traves do campo de futebol, contudo isso não foi possível em função da existência de edificações ao longo do terreno do Campus.

A Figura 6 apresenta um dos quadros da filmagem realizada. Os pontos em azul, na Figura 6, indicam as posições ocupadas pelo foguete. A filmagem foi realizada e armazenada em dois formatos de imagens. O vídeo, propriamente dito, no formato "mov" e o conjunto de quadros (imagens estáticas), obtidos posteriormente a partir do vídeo, em formato "png".



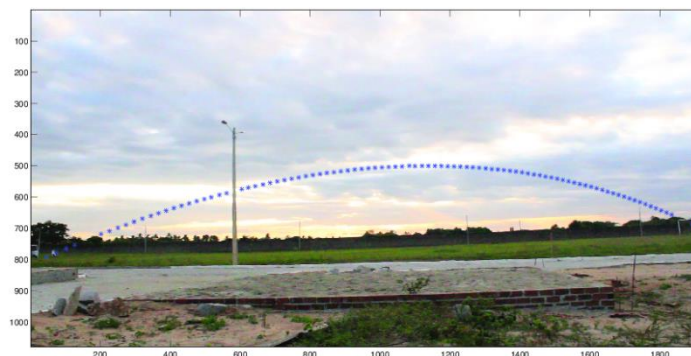


Figura 6: Lançamento do foguete registrado pela filmagem. Fonte: elaboração própria.

### 4.3 Análise das imagens

Por fim, o terceiro grupo recebeu os dados de imagens e vídeo e procedeu com seu processamento visando à obtenção das informações sobre o percurso do foguete. Para esta atividade foram necessários dois passos: [1] posicionamento dos eixos de coordenadas nas imagens (posição e escala) e [2] identificação das posições do foguete em cada imagem (*frame*).

#### [1] – posicionamento dos eixos na imagem

Os eixos foram posicionados de forma que sua origem (0,0) ocupasse o local do lançamento, isto é, na parte inferior da trave esquerda do campo, com sentidos positivos dos eixos coordenados para cima (eixo vertical  $y$ ) e para direita (eixo horizontal  $x$ ). A trave também foi utilizada como referência de altura e distância para a posição do foguete. Através da premissa de que a trajetória pertence ao plano que contém as balizas verticais da trave, pode-se realizar a construção da escala métrica na imagem. Para isso, utilizou-se as equações 5 e 6 para redefinição das coordenadas ( $x,y$ ) de cada ponto da imagem. As relações indicadas nas equações 5 e 6 são proporções entre as distâncias em *pixels* e em metros.

$$x = \frac{d}{d_p} x_p \quad (5)$$

$$y = \frac{a}{a_p} y_p \quad (6)$$

Em que  $a$  e  $a_p$  são as alturas da trave, dada em metros e *pixels*, respectivamente. Os valores  $d$  e  $d_p$  são as distâncias entre as traves (comprimento do campo), em metros e *pixels* e  $y_p$  e  $x_p$  são as coordenadas de cada ponto da imagem dada em *pixels*.

#### [2] - Identificação da posição do foguete em cada imagem

Este processo foi obtido com auxílio do *software* MATLAB® (GUIDE, 1998). Em cada *frame* foi observado a posição do foguete e marcado na imagem (com um clique) esta posição. Assim, o MATLAB devolveu a informação ( $x,y$ ) do foguete em *pixels*. A Figura 7 apresenta uma das

imagens e a marcação manual da posição do foguete. Este processo poderia ter sido realizado utilizando técnicas de segmentação de imagens como em Gonzales e Woods (2000) e Haralick e Shapiro (1985). Contudo, considerando os objetivos pedagógicos do trabalho, optou-se pela identificação manual do foguete em cada *frame*, entendendo que isso proporcionaria aos alunos uma maior interação e aprendizado.

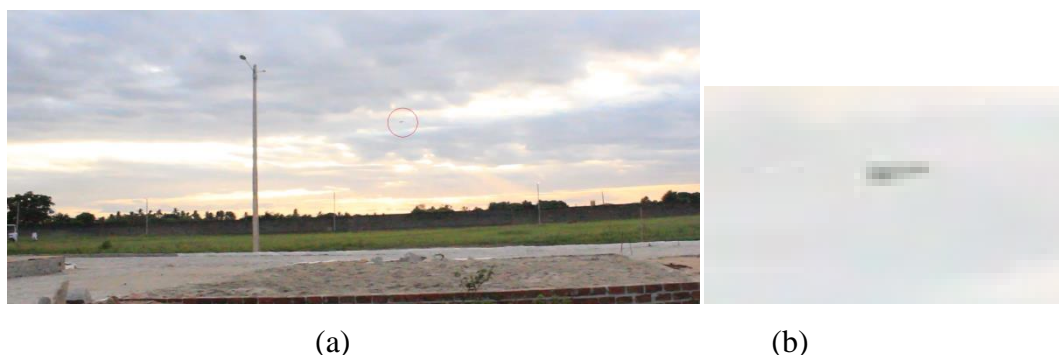


Figura 7: Identificação do foguete em um frame: (a) imagem completa e (b) ampliação da imagem do foguete.

Fonte: elaboração própria.

#### 4.4 Ajuste dos modelos de regressão

A partir dos dados obtidos da posição do foguete em cada *frame* do vídeo, procedeu-se o ajuste dos dois modelos físicos. O modelo na qual se despreza a resistência do ar (modelo 1) e o modelo com resistência do ar (modelo 2), ambos apresentados na seção 2. Para a realização do ajuste dos modelos utilizou-se o *software* Labfit (Silva e Silva, 2011). O Labfit permite a realização de ajustes de funções feitos através de regressão não linear aplicada de forma iterativa até que o critério de convergência seja atingido (Silva et al., 2004). Esta parte do trabalho foi realizado pelo professor, enquanto os alunos apenas acompanhavam a realização, sempre indagando sobre partes do processo.

O Labfit identificou os parâmetros para ambos os modelos. Os coeficientes das equações dos modelos 1 e 2 são apresentados nas equações (7) e (8), respectivamente. Ambos os modelos apresentaram alto grau de ajuste aos dados, pois o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) obtidos foram de 0,99905 (modelo 1) e 0,99992 (modelo 2). O resultado completo do ajuste do modelo 1 é apresentado no Quadro 1. Essa regressão foi realizada pelo método dos mínimos quadrados ordinários. Observa-se que o p-valor calculado para os parâmetros A e B que são próximos de zero ( $<2.10^{-16}$ ), indicando que o valor estimado pela regressão é significativo, ou seja, diferente de zero, que é a hipótese nula do teste t. No Quadro 2 é apresentado o resultado da regressão utilizando o modelo 2, que utilizou método iterativo e convergiu em 12 iterações. Os resultados mostram um bom ajuste, observados os valores do coeficiente de determinação e o p-valor para cada um dos parâmetros estimados.

$$y(x) = 0,688x - 0,0059x^2 \quad (7)$$

$$y(x) = 2,48x + 448,81 \ln(1 - 0,00414x) \quad (8)$$

**Quadro 1 – Relatório da regressão para o modelo 1.**

Modelo: $Y = Ax^2 + Bx$				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
A	-5,894.10 <sup>-3</sup>	4,997.10 <sup>-5</sup>	-118,0	<2.10 <sup>-16</sup>
B	6,884.10 <sup>-1</sup>	3,775.10 <sup>-3</sup>	182,3	<2.10 <sup>-16</sup>

Residual standard error: 0,5113 on 92 degrees of freedom  
 Multiple R-squared: 0,9991, Adjusted R-squared: 0,999  
 F-statistic: 4,84.10<sup>+4</sup> on 2 and 92 DF, p-value: < 2,2.10<sup>-16</sup>

**Quadro 2 – Relatório de regressão do modelo 2.**

Modelo: $y = Ax + B \log(1 - Cx) + 0$				
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
A	2,477.10 <sup>0</sup>	6,670.10 <sup>-2</sup>	37,13	< 2.10 <sup>-16</sup>
B	4,488.10 <sup>+2</sup>	2,591.10 <sup>+1</sup>	17,32	< 2.10 <sup>-16</sup>
C	4,138.10 <sup>-3</sup>	9,462.10 <sup>-5</sup>	43,74	< 2.10 <sup>-16</sup>

Residual standard error: 0,1407 on 91 degrees of freedom  
 Number of iterations to convergence: 12  
 Achieved convergence tolerance: 5,421.10<sup>-7</sup>

Apesar dos alunos não se apropriarem dos conceitos envolvidos no processo de regressão, o entendimento do objetivo deste processo e, sobretudo, o entendimento do significado das equações e sua manipulação para obtenção dos parâmetros físicos foi feita de forma manual (utilizando o quadro) com os alunos participando e refazendo os cálculos.

## 5 RESULTADOS

A partir destes dois modelos foi possível obter a estimativa dos parâmetros físicos para cada um deles. A Tabela 1 apresenta os parâmetros físicos estimados em cada modelo. Esses parâmetros foram calculados, considerando o valor da aceleração da gravidade igual a 9,7810766  $m/s^2$ , obtido da estação gravimétrica número 8094860 (IBGE, 2007) para a cidade de Parnamirim - RN. Uma das vantagens identificada pelos alunos após a obtenção desses dados é que não há mais a necessidade de realizar a medição do alcance manualmente. Este valor pode ser estimado pelo modelo. Neste lançamento, o alcance foi de 110,5 m, medidos - pelos próprios alunos - com uma trena. O valor da altura máxima é, praticamente, a mesma em ambos os modelos. O valor de  $\beta$ , obtido no modelo 2, representa o parâmetro de atrito do ar.

Tabela 1: Parâmetros físicos estimados pelos dois modelos.

Parâmetros	Modelo 1	Modelo 2	Unidade
$\beta$	-	0,15	$s^{-1}$
$V_0$	41,96	34,97	m/s
$\theta$	34,54	32,78	$^\circ$
Alcance	116,79	109,82	m
$h_{\text{máx}}$	20,10	20,05	m
tempo	3,59	3,89	s

Os valores obtidos, através do ajuste de curva, permitiram estimar os parâmetros físicos. Percebem-se pequenas diferenças nos valores estimados em cada um dos modelos, como o tempo do lançamento que, no modelo 2, é um pouco maior e o alcance que é um pouco inferior no modelo 2.

O valor do atrito com o ar é baixo ( $\beta = 0,15$ ), o que corrobora para a pouca diferença entre os valores encontrados nos dois modelos. Chama a atenção o fato de que, em ambos os modelos, o ângulo de lançamento estimado é diferente de  $45^\circ$ , apesar dos alunos terem construído a base do foguete para que este fosse lançado sob um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. As diferenças são de  $9,46^\circ$  (modelo 1) e  $12,22^\circ$  (modelo 2). Este resultado sugere que, apesar da base orientar o lançamento a  $45^\circ$ , o foguete não é lançado sob esse ângulo, é possível que a explosão proporcionada pelos reagentes tenha desalinhado a base do lançamento. Nesse caso, teríamos que o projétil não obteve o máximo alcance que seria possível. Isso pode indicar que, de fato, algo pode estar interferindo na estabilidade da base de lançamento. Porém, mais testes precisam ser feitos para entender essa diferença. Para obter mais informações sobre esses itens, novos testes precisam ser feitos com ângulos diferentes na plataforma de lançamento, podendo, inclusive ser ajustado para ângulos superiores a  $45^\circ$ .

O alcance do lançamento medido pelos alunos, utilizando uma trena, foi de 110,5 metros. Tomando essa medida como “correta”, obtemos erros relativos (desvios em relação à medida correta) de 5,69 % (modelo 1) e 0,61% (modelo 2), o que mostra que os modelos apresentam boa aproximação com relação a esse parâmetro e que pode ser utilizado para substituir a medição manual (com a trena) utilizada atualmente. O modelo 2 apresenta um erro menor em termos de alcance, contudo, esse resultado já era esperado, uma vez que o modelo é mais complexo e considera o efeito da resistência do ar que é desprezado pelo modelo 1.

## 6 CONCLUSÕES

A atividade didática que utiliza lançamento dos foguetes de garrafas PETs tem se popularizado, principalmente, com o incentivo da MOFOG. Diversos trabalhos foram realizados tendo como ponto principal o lançamento de foguete de PET. Esse projeto teve como objetivo promover e estimular os alunos à aprendizagem e interesse pela ciência e especialmente pela Física. O trabalho aqui proposto agrega diversos conhecimentos ao projeto do foguete de

garrafas PET, como o estudo de cônicas (equações de segundo grau), processamento de imagens e análise de regressão e cinemática (Física). Nesse contexto, o projeto possibilita ampliar o aprendizado dos alunos, como, também, permite o contato com uma pesquisa científica, ainda que, no ensino médio.

O lançamento do foguete foi realizado utilizando as normas da MOBFOG e permitiu que os alunos participassem da edição de 2015. A equipe de aquisição de imagens apresentou uma excelente desenvoltura, demonstrando bons conhecimentos em imagens digitais. Já o grupo responsável pela análise de dados teve um pouco mais de dificuldade, mas conseguiu realizar as atividades, sobretudo pela facilidade apresentada pelo *software* Labfit. Este *software* tem uma interface intuitiva e, depois de poucos testes e leituras do manual e artigos, os alunos estavam aptos a operá-lo.

As estimativas para os parâmetros obtidas com os dois modelos são muito próximas, com exceção da velocidade inicial que apresentou uma diferença de 6,99 m/s (16,66% do modelo 2 em relação ao modelo 1). A inclusão da resistência do ar ao modelo 2 levou os alunos a pensar que o modelo 2 é mais adequado, já que nesse experimento o valor do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) do modelo 2 é maior. Entretanto, deixamos claro que não foi feita nenhuma comparação entre os modelos para confirmar isso. A vídeo-análise permitiu que não fosse mais necessária a medição direta (com trena) dos alcances dos foguetes durante um lançamento. Isso se apresentou de forma clara e exitosa aos alunos. Porém, didaticamente, a manutenção dessa medição é recomendada, pois permite que os alunos aprendem outros conceitos práticos.

Para verificar qual dos modelos é mais adequado, sugere-se que novos experimentos sejam realizados com adição de medidores de velocidade inicial e ângulo de lançamento, os quais podem ser feito com sensores angulares e de velocidades ou com processamento de imagens, utilizando uma segunda câmera adquirindo imagens mais próximas do ponto de lançamento.

Outra possibilidade de investigação futura deste trabalho é a inclusão de uma segunda câmera de frente para a primeira, visando reduzir os erros devido a efeitos de captura de imagens e desvios do foguete em relação ao plano de lançamento.

## 7 REFERÊNCIAS

- Bezerra Jr, A. G., de Oliveira, L. P., Lenz, J. A., & Saavedra, N. (2012). Videoanálise com o software livre Tracker no laboratório didático de Física: movimento parabólico e segunda lei de Newton. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 29, 469-490.
- Bonjorno, J. R., Ramos, C. M., Prado, E., & Casemiro, R. (2016). Física, vol 1. São Paulo, FDT.
- Brasil, P. C. N. (1999). Ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 538-545.
- Canalle, J. B. G., Reis Neto, E., Rojas, G. A., Nascimento, J. O., Pessoa Filho, J. B., Klafke, J. C. & Caraviello, T. P. (2019) Relatório da XXII Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica. Recuperado em 15 de dezembro de 2019, de [http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob\\_arquivos/Relatorio.pdf](http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob_arquivos/Relatorio.pdf).
- Canalle, J. B. (2018) Site da olimpíada brasileira de astronomia. Recuperado de <http://www.oba.org.br/site/> em 10 de outubro de 2018.

- Canon U.S.A. INC. Instruction Manual. Tokyo, Japan, (2012). 292 p. Recuperado em 05 de dezembro de 2019, em <http://gdlp01.c-wss.com/gds/0/0300004730/02/eosrt3-eos1100d-im2-c-en.pdf>
- Fonseca, S., Vinicius, M., Leal Rodrigues, I. M., Fonseca, S., & Belchior, M. (2018). A didactic approach to the internal pressure of PET bottle rockets powered by chemical reaction between vinegar and sodium bicarbonate. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 40(3).
- Freire, W. H. C., Medeiros, M. L., Leite, D., & Silva, R. M. (2016). Lançamento oblíquo com resistência do ar: Uma análise qualitativa. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 38(1), 1306.
- Gaspar, A. (2003). Física-Mecânica, vol. 1. São Paulo: Ática.
- Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2000). *Processamento de imagens digitais*. Editora Blucher.
- Guide, M. U. S. (1998). The mathworks. Inc., Natick, MA, 5(333), 4.
- Haralick, R. M., & Shapiro, L. G. (1985). Image segmentation techniques. *Computer vision, graphics, and image processing*, 29(1), 100-132.
- IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Sistema Geodésico Brasileiro (2016). Recuperado de <http://www.bdg.ibge.gov.br/bdg/pdf/relatorio.asp?L1=8094860> em 12 de julho de 2016.
- Jesus, V. D., & Sasaki, D. G. G. (2015). O experimento didático do lançamento horizontal de uma esfera: Um estudo por videoanálise. *Rev. Bras. Ensino Física*, 1806-1117.
- Leitão, L. I., Teixeira, P. F. D., & da Rocha, F. S. (2011). A vídeo-análise como recurso voltado ao ensino de física experimental: um exemplo de aplicação na mecânica. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 6(1), 18-33.
- Moraes, A. G. (2014). Uma contribuição ao ensino-aprendizagem da matemática na educação básica: aplicação das funções quadráticas no lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet.
- Ninow, V., & Kaiber, C. T. (2016). O projeto “Lançamento de Projéteis”: uma perspectiva para o ensino e aprendizagem da matemática no ensino médio. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 11(2), 300-317.
- Oliveira Chang, J. de, Costa, F. L. Q., Dutra, I. C., Nery, G. A. F., Nery, L. H., Rodrigues, E. R. R., & Cuzinato, R. R. (2019). Obtenção experimental do coeficiente de arrasto com o lançamento de foguetes de garrafas PET. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 36(2), 529-542.
- Oliveira, L. A. T., Moraes, P. F., & Junior, L. B. S. (2017). Foguete com propulsão de bicarbonato de sódio e ácido etanoico: relato de experiência. *Nexus-Revista de Extensão do IFAM*, 3(1).
- Physlets.org. (2020). Tracker Video Analysis And Modeling Tool For Physics Education. Recuperado de <https://physlets.org/tracker/> em 25 de abril 2020.
- Queiroz, A. M., & Cuzinato, R. R. (2016). O efeito do arrasto no lançamento de foguetes



artesanais: aspectos teóricos. *Revista Brasileira de Iniciação Científica*, 4(2).

Quequi, G. B. (2015). Função quadrática: modelagem matemática a partir do lançamento de um foguete. Dissertação de Mestrado. Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, RS, Brasil.

Schivani, M., Souza, G. F. D., & Lira, N. (2020). Programa Nacional do Livro Didático de Física: subsídios para pesquisas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 42.

Setti, E. J. K., Schwertner, A. E., de Moraes Deparis, D., Turra, F. F. R., & Vertuan, R. E. (2016). Modelagem Matemática e Física: uma experiência com foguetes. In *Anais, Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12, 1-12.

Silva Teles, L. I., Almeida Tomaczeski, S., & Portela, C. (2018). Utilização de Sei na Construção de Foguetes no Ensino Fundamental: Relato De Experiência do Pibid. *Ciência é minha praia*, 3(1), 21-34.

Silva, W. P. D., Silva, C. M., Cavalcanti, C. G., Silva, D. D., Soares, I. B., Oliveira, J. A., & Silva, C. D. (2004). "LAB Fit ajuste de curvas": um software em português para tratamento de dados experimentais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 26(4), 419-427.

Silva, W. P., & Silva, C. M. D. P. S. (2011). LAB Fit curve fitting software. *Nonlinear regression and treatment of data program*, 7, 46.

Souza, J. A. D. (2007). Um foguete de garrafas PET. *A Física na Escola*, 8(2), 4-11.

Souza, P. V. T., & Amauro, N. Q. (2016). A Construção de Foguetes como Estratégia Didática no Ensino de Ciências. *CIAIQ2016*, 1.

#### COMO CITAR ESTE ARTIGO:

Souza, G. F. (2022). ATIVIDADE DIDÁTICA DE ANÁLISE DO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET UTILIZANDO PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS. HOLOS, 4. Recuperado de <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/7806>

#### SOBRE OS AUTORES

##### G. F. SOUZA

Possui Doutorado em Engenharia Elétrica e da Computação pela UFRN, graduação em Engenharia Elétrica e em Estatística pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, graduação em Física pela Universidade Potiguar e mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Atualmente é professor EBTT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte. É professor da Especialização em Ensino de Ciências e Matemática do IFRN. Tem experiência na área de Análise de dados (Estatística Aplicada) e processamento inteligente da informação, e vem atuando principalmente nos seguintes temas: Inteligência Artificial, Mineração de Dados, Processamento de Imagens, Eletrônica, Ensino de Física e Estatística aplicada à Saúde.

E-mail: [gustavo.fontoura@ifrn.edu.br](mailto:gustavo.fontoura@ifrn.edu.br)

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9934-1256>

**Editor(a) Responsável:** Jacques Cousteau da Silva Borges

**Pareceristas *Ad Hoc*:** Jorge Fonseca Trindade e Rafael Ramon Ferreira



**Recebido:** 29 de setembro de 2018

**Aceito:** 04 de maio de 2020

**Publicado:** 28 de dezembro de 2022