# ESCOAMENTO TRANSIENTE DE ÓLEO PARAFÍNICO EM DUTO DE SEÇÃO CIRCULAR: MODELAGEM E SIMULAÇÃO

**T. R. N. PORTO<sup>\*</sup> e A. G. B. LIMA** Universidade Federal de Campina Grande trnporto@gmail.com<sup>\*</sup>; antonio.gilson@ufcg.edu.br

Submetido 14/10/2016 - Aceito 14/12/2016

DOI: 10.15628/holos.2017.5220

#### RESUMO

A deposição de cristais estáveis de parafina nas paredes das linhas de produção, é um problema atual na indústria do petróleo. Isto impulsiona pesquisas em dutos e equipamentos, que buscam ampliar o entendimento sobre esse fenômeno e desenvolver atividades de manutenção preventiva, com maior eficiência. Este trabalho apresenta um estudo teórico do transporte de óleo parafínico em um duto horizontal de seção circular. Para descrição do fenômeno, em um sistema bidimensional, utilizou-se um modelo matemático que considera a difusão molecular como mecanismo dominante na deposição da parafina. O escoamento do óleo em regime laminar, completamente desenvolvido, é analisado a partir da consideração de que, para temperaturas superiores a temperatura de início de aparecimento dos cristais (TIAC), o petróleo (solvente) e a parafina (soluto) formam uma mistura binária e homogênea. As equações que descrevem o problema são formuladas e resolvidas, numericamente. Resultados de

espessura da camada de parafina, distribuição de temperatura e pressão do óleo, ao longo do duto, no decorrer do tempo, são apresentados e analisados para diferentes condições de operação, descritas pelos valores iniciais dos números de Reynolds (Re<sub>c</sub>), Peclet (Pe<sub>c</sub>) e coeficiente de solubilidade adimensional (S<sup>\*</sup>). Verificou-se que a variação do Re<sub>c</sub>, em regime laminar, é irrelevante para o comportamento da camada de parafina depositada. Uma redução no Pe<sub>c</sub>, promove a concentração da deposição em uma pequena região do duto, o que se evidencia em quedas bruscas na pressão do óleo, no decorrer do tempo. O parâmetro S\* mostrou estar diretamente ligado a um maior alcance da espessura do depósito, em relação ao raio do tubo, sendo o mesmo, função do gradiente de temperatura entre o óleo e o ambiente externo e de propriedades físicas do depósito formado.

PALAVRAS-CHAVE: Escoamento, temperatura, parafina, numérico.

# TRANSIENT FLOW OF WAXY OIL IN A CIRCULAR PIPELINE: MODELING AND SIMULATION

#### ABSTRACT

The deposition of wax crystals in the wall of production lines, is an actual problem of petroleum industry. It promoting researches on pipelines and equipments that increases the knowledge about this phenomenon and promove preventive maintenance activities, with more efficiency. This work presents a theoretical study of wax oil transport in horizontal tube with a circular section. For describe the phenomenon, in a two-dimensional system, was used a mathematical model which consider the molecular diffusion as a dominate mechanism in the wax deposition process. The oil flow, in a laminar regime, full developed, is analyzed by considering that, for temperatures below of the temperature of initial appearance of crystals (TIAC), the petroleum (solvent) and the wax (solute) make a binary and homogenous mixture. The equations that describes the problem are formulated and solved numerically. Results of wax layer thickness, distribution of temperature and pressure drop, along the KEYWORDS: Flow, temperature, wax, numerical.

tube, at diferent times, are presents and analyzed for operational Reynolds number ( $Re_c$ ), Peclet number ( $Pe_c$ ) and dimensionless coefficient of solubility ( $S^*$ ). Was observed, that variation on Rec, in laminar flow, don't affect the behavior of deposited wax layer. A reduction on  $Pe_c$ , promotes the deposition concentration in a short part of the tube, evidenced by abrupt drops on oil pressure, along the time. The  $S^*$  parameter, reveal to be directly associate to a biggest thickness of deposit, in relation to the radius tube, which is a function of temperature gradient, between the oil and the external environment, and physics property of the paraffin deposit.

# 1. INTRODUÇÃO

O desafio de garantir o escoamento nos dutos de produção petrolífera em ambientes frios, face ao problema da precipitação de parafina, continua a impulsionar várias pesquisas que visão entender e reduzir os impactos que esse fenômeno vem trazendo na produção, em reservatórios de todo o mundo. Ao ser extraído do reservatório e adentrar a linha de produção, sob a temperatura de aproximadamente 70°C, o óleo, em que se encontram dissolvidos hidrocarbonetos pesados, passa a resfriar-se ao longo do duto, devido a diferença da temperatura em relação ao meio externo. Esse problema ocorre com maior freguência em ambientes "offshore", onde se encontram a maior parte dos reservatórios do país e onde a temperatura do oceano, em elevadas profundidades, é cerca de 5°C. A medida que o óleo é resfriado e atinge a temperatura de início de aparecimento dos cristais (TIAC), inicia-se o processo de precipitação e posterior deposição da parafina. Os mecanismos apresentados na literatura especializada, responsáveis pelo processo de deposição, são: difusão molecular, difusão browniana, dispersão por cisalhamento e deposição por gravidade (Burger et al., 1981), onde, mesmo em meio a contradições, no que diz respeito a relevância de cada mecanismo, encontra-se uma unanimidade em considerar a difusão molecular, como mecanismo dominante do processo de deposição, em escoamentos sob regime laminar e submetido a um elevado gradiente de temperatura, entre o óleo e o meio externo (Morán, 2007 ; Ribeiro, 1996).

Nesse sentido, conhecendo-se a distribuição de temperatura, associada a transferência de calor e as condições hidrodinâmicas, pode-se simular numericamente como se dá a precipitação e deposição de parafina, ao longo do comprimento do duto e no decorrer do tempo. Equações acopladas destes parâmetros podem ser iterativamente solucionadas, obtendo-se como resultado a espessura do depósito de parafina formado, nas dadas condições de operação, e os efeitos que este depósito acarretará nas mesmas, ao longo do tempo. Esta previsão é de fundamental importância para a avaliação do custo de exploração de reservatórios que trabalham com óleos parafínicos.

Assim sendo, o presente trabalho tem como objetivo estudar numericamente o transporte de óleo parafínico em um duto horizontal.

# 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 O Petróleo e a deposição de parafina

Hidrocarbonetos mais leves (metano, etano, propano e etc.), fazem com que as parafinas de alto peso molecular sejam mantidas em solução. Quando se inicia a produção do petróleo, estes componentes mais leves são liberados na forma gasosa, em meio a solução, devido a gradientes de pressão e temperatura, promovidos durante o escoamento (Carnahan, 1989). Ao passo que estes solventes são liberados, um aumento relativo da concentração de hidrocarbonetos alifáticos pesados é efetivado, bem como, uma diminuição no parâmetro de solubilidade médio do petróleo (Irineu, 2003). Estes hidrocarbonetos iniciam um processo de atração, que leva ao alinhamento das moléculas ao longo do seu eixo principal. Quando esta é superior a interação entre as moléculas de parafinas e o meio solvente, o processo de formação de uma fase sólida no sistema é iniciado (Addison, 1984). Desta forma, chegar-se-á a um estado

em que cristais estáveis de parafina, de alto peso molecular, são formados ao longo do duto, a partir do ponto onde a TIAC é atingida. Acima desta temperatura a precipitação não ocorre. Portanto, a mesma constitui-se em um dado fundamental para a correta modelagem do problema (Ribeiro, 1996; Bott, 1997).

O acúmulo do material depositado acarretará em um aumento da potência de bombeamento requerida, diminuição da vazão, ou mesmo o bloqueio completo da linha. A utilização de inibidores químicos, processos para reaquecimento das linhas ou remoção mecânica, através de dispositivos que são inseridos e viajam ao longo do duto, dirigidos pelo próprio fluxo, denominados "*Pigs*", método mais utilizado atualmente para remover estes depósitos, promovem elevados custos para a indústria do petróleo.

#### 2.2 Mecanismos de deposição de parafina na parede do duto

Dado aos efeitos que os depósitos de parafina causam na produção de petróleo, observase a necessidade de se entender como o mesmo é formado ao longo do tempo e do comprimento dos dutos, bem como, qual a quantidade total acumulada ao término de um determinado período de tempo de operação. O correto entendimento dos mecanismos responsáveis pelo transporte da parafina nos estados líquido e sólido é essencial para a correta modelagem do problema. Burger, Perkins e Striegler (1981) realizaram um estudo completo em dutos de transporte de óleo parafínico no Alaska; esse estudo fundamenta, desde então, os complexos trabalhos realizados nesta área, os quais visão atender a necessidade da indústria em solucionar problemas operacionais advindos da deposição de parafina. O estudo define os mecanismos de Difusão molecular, Difusão Browniana, Dispersão por cisalhamento e Deposição por gravidade através de vários experimentos e avalia a relevância de cada um para a formação e desenvolvimento dos depósitos. Até o presente momento não se encontra uma concordância entre os pesquisadores quanto a relevância destes mecanismos, o que aponta para a continuidade de estudos para se descrever precisamente este processo.

#### 2.3 Deposição por gravidade

Devido aos cristais de parafina serem mais densos que o óleo, a possível deposição dos cristais na parede do tubo é considerada. Realizando experimentos com tubos verticais e horizontais, Burger et al. (1981) concluíram que a velocidade de deposição dos cristais, devido à efeitos gravitacionais, não é relevante para as condições de operação dos dutos. Sob as mesmas condições termo-hidráulicas, as taxas de deposição encontradas nestes dutos não apresentaram diferenças.

#### 2.4 Difusão Browniana

A TIAC, quando atingida na região central do duto em operação, promove a formação de cristais que, suspensos no escoamento, passam a colidir com moléculas do fluido agitadas termicamente. Essas colisões promovem um movimento randômico dos cristais de parafina, que em meio a um gradiente de concentração de partículas sólidas, promove um transporte líquido destes cristais para as regiões de menor concentração. Burger et al. (1981) atribuíram ao efeito

do movimento browniano uma pequena contribuição para a formação da camada de parafina, comparado aos outros mecanismos, afirmando que o movimento browniano é facilmente compensado pelo escoamento do fluido. No entanto, Morán (2007) realizou um trabalho numérico e experimental, considerando a difusão browniana como mecanismo relevante no processo. Neste trabalho é argumentado que não se possuem dados experimentais suficientes para suportar a conclusão já citada. O autor afirma, que os cristais de parafina localizados nas proximidades da parede são aprisionados na camada de depósito sólido formada nesta região. Portanto, o líquido presente nas proximidades da parede possui uma concentração nula de parafina precipitada, o que levaria o transporte destas partículas, por movimento Browniano, ocorrer no sentido centro-parede. Os experimentos feitos neste trabalho detectaram a existência de zonas de recirculação onde pequenos aglomerados de cristais são aprisionados e passam a incorporar o depósito. Segundo o autor, estes resultados confirmam a possibilidade de a difusão Browniana contribuir para a formação do depósito parafínico.

#### 2.5 Dispersão por cisalhamento

Este mecanismo descreve o transporte de cristais precipitados, suspensos em meio ao escoamento, devido ao movimento rotacional que estas partículas sofrem, quando submetidas aos efeitos viscosos do fluido escoando em regime laminar. Para uma grande densidade de partículas em suspensão, este movimento é capaz de desvia-las de sua trajetória original, para se depositarem na parede do duto. Este mecanismo torna-se importante, quando a quantidade de cristais precipitados é grande e quando a taxa de cisalhamento na parede é elevada. Sendo dominante quando o processo se dá para menores gradientes de temperatura onde o fluxo de calor é menos intenso. Experimentos realizados mostraram que quando não se estabelece gradientes de temperatura na direção radial do duto, a deposição não ocorre. A conclusão é que o mecanismo de dispersão por cisalhamento não é capaz de, por si só, formar depósitos nas paredes (Burger et al., 1981).

#### 2.6 Difusão molecular

Ao adentrar a linha de produção, um gradiente de temperatura é formado entre a linha de centro do tubo onde escoa o óleo e o ambiente externo, na direção radial. A concentração de parafina decresce com a temperatura e desta forma tem-se um fluido cada vez menos concentrado a medida que ele se aproxima da parede. Se alguma região do escoamento estiver abaixo do ponto de névoa (TIAC), esta região apresentará uma saturação de parafinas dissolvidas na fase líquida, cristais de parafina serão precipitados em meio a solução, e a fase líquida estará em equilíbrio termodinâmico com a fase sólida. Como a menor concentração de parafina se dá na parede do duto, é para esta região que o fluxo de parafina líquida ocorrerá, por difusão molecular. Devido aos níveis de saturação ocorrerem primeiramente nesta região, os cristais irão se formar e se depositar na parede (Burger et al., 1981).

## 3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta pesquisa, considerou-se os modelos matemáticos propostos na literatura especializada (Souza Mendes & Braga, 1996; Ribeiro et al., 1997; Bouceta & Kessal, 2011). As equações governantes descrevem o problema, associando as análises fluidodinâmica, térmica, de transição de fases e transporte de massa. Em um sistema bidimensional, a situação física em que o diferencial de pressão, entre a entrada e a saída do duto, é mantido constante, no decorrer do tempo, é avaliada.

A Figura 1 ilustra o depósito de parafina, formado ao longo da seção longitudinal do duto, que possui espessura  $\delta$  (m) variável com a posição axial x (m) e com o tempo t (s). Inicialmente, o duto encontra-se isento de parafina ( $\delta$ (x,0) = 0). Ao passo que o óleo entra na linha de produção de raio interno R, externo RO e comprimento L, à temperatura de entrada T<sub>P</sub>(0,t)=T<sub>ent</sub> (K), e atinge a TIAC, em um comprimento crítico x<sub>d</sub> (m), a precipitação de parafina ocorre, fazendo com que o duto se divida em duas regiões:



Figura 1- Seção longitudinal do tubo indicando a zona de parafina precipitada, baseada em Souza & Braga, 1996; Ribeiro et al., 1997; Bouceta & Kessal, 2011.

 $\mathbf{0} \leq x < x_d$  Região quente (Não há formação de depósito)

 $x_d \le x \le L$  Região fria (Há formação de depósito)

- 3.1 *Hipóteses* e considerações
- Na formulação matemática, as seguintes considerações são feitas:
- O duto é simétrico na direção axial;
- No volume de controle, a camada depositada independe da coordenada axial i.e. (R-  $\delta$ ) é constante em dx;

- Efeito gravitacional desprezível;
- Fluido Newtoniano;
- As forças de inércia são desprezadas quando comparadas com as forças viscosas (teoria da lubrificação);
- A viscosidade do óleo, calor específico, condutividade térmica e densidade são constantes;
- O escoamento é hidrodinâmicamente desenvolvido (as variações geométricas são suaves ao longo do tempo);
- A condução de calor e difusão de massa são predominantemente radiais;
- A geração de energia é desprezível;
- O calor latente liberado na formação das partículas sólidas é desprezado;
- Na região fria, o fluido na interface sólido-líquido está sempre saturado;
- A deposição de parafina é governada pelo mecanismo de difusão molecular;
- O coeficiente de difusão molecular da parafina é constante;
- Existe geração de partículas sólidas, devido ao gradiente de concentração;
- A solubilidade da parafina depende da temperatura;
- O depósito de parafina sólida tem porosidade constante;

#### 3.2 Análise hidrodinâmica

Sendo  $\rho$  (kg/m3) a densidade e  $\mu$  (kg/m.s), a viscosidade do fluido,  $v_r$ ,  $v_{\alpha}$  e **u** (m/s) as componentes radial (r), angular ( $\alpha$ ) e axial (x), respectivamente, da velocidade ( $\vec{V}$ ) do óleo, P a pressão local e g a aceleração da gravidade, pode-se escrever as equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, em coordenadas cilíndricas, para o volume de controle de comprimento dx, selecionado na Figura 1 como segue:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho v\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \alpha}(\rho v_{\alpha}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u)\right] = 0$$
(1)

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v_{\alpha}}{r}\frac{\partial u}{\partial \alpha} + u\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right] - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \tag{2}$$

Assim, com as devidas considerações, aplicando a teoria da lubrificação e uma análise da ordem de grandeza, sabendo que P = P(x) (N/m2) e u = u(r) na região completamente desenvolvida hidrodinâmicamente, tem-se o perfil de velocidade para o duto liso, como segue:

HOLOS

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx}\right) \left[1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$
(3)

Integrando o perfil de velocidade em relação a área da seção transversal do duto, obtémse a vazão volumétrica (**Q**) como:

$$Q = \frac{-\pi R^4}{8\mu} \left(\frac{dP}{dx}\right) \tag{4}$$

O fator de atrito f (fator de atrito de Darcy) para escoamento laminar é dado por:

$$f = \frac{64}{Re}$$
(5)

onde Re, é o número de Reynolds local. Para o escoamento com velocidade média V (m/s), em um duto que apresenta deposição de parafina, este parâmetro é dado por:

$$Re = \frac{2\rho V(R-\delta)}{\mu} \tag{6}$$

Desta forma, a integral da Equação (4), após a substituição das Equações (5) e (6), descreve a vazão volumétrica Q (m3/s) ao longo do duto, sendo determinado como segue:

$$Q = \sqrt{\frac{4\pi^2 \Delta P}{\rho \int_0^L \frac{f}{(R-\delta)^5} dx}}$$
(7)

Para uma análise mais geral do problema, os seguintes parâmetros adimensionais são estabelecidos:

$$L^* = \frac{L}{R} \qquad \qquad x^* = \frac{x}{R} \qquad \qquad \delta^* = \frac{\delta}{R} \qquad (8a - c)$$

O desenvolvimento da vazão volumétrica e do diferencial de pressão em um escoamento onde não se observa formação de parafina, define as seguintes equações características:

onde  $Q_c$  é a vazão volumétrica,  $Re_c$  é o número de Reynolds e  $\Delta P_c$  é o diferencial de pressão característicos, os quais descrevem a situação inicial, onde não se observa a deposição de parafina. Desta forma, usando as equações adimensionais e características, a vazão volumétrica, o número de Reynolds local e o gradiente de pressão, nas suas formas adimensionais, podem ser determinados como segue:

$$Q^* = \frac{Q}{Q_c} = \frac{1}{\sqrt{\int_0^{L^*} \frac{f}{(1-\delta^*)^5} dx^*}} \sqrt{\frac{64L^*}{Re_c}}$$
(10)

$$Re = \frac{Q^*}{1 - \delta^*} Re_c \tag{11}$$

$$\Delta P^* = \frac{\Delta P}{\Delta P_C} = \left\{ \frac{Re_c}{64L^*} \int_0^{L^*} \frac{f}{(1-\delta^*)^5} dx^* \right\}$$
(12)

Expressando a Equação (12) em termos da perda local de pressão no comprimento do duto, pode-se escrever:

$$P^{*} = \frac{\Delta P^{*}_{x}}{\Delta P^{*}_{L}} = \frac{\int_{x^{*}}^{L^{*}} \frac{f}{(1-\delta^{*})^{5}} dx^{*}}{\int_{0}^{L^{*}} \frac{f}{(1-\delta^{*})^{5}} dx^{*}}$$
(13)

#### 3.3 Análise térmica

Tomando as várias formas de transferência de calor que ocorrem na direção radial do duto, a saber, a convecção entre o óleo e a superfície interna do tubo, a condução ao longo da espessura do depósito parafínico, bem como através da parede do tubo e a convecção com o ambiente externo, define-se o coeficiente global de transferência de calor  $U(W/m^2.K)$  como:

$$U = \left[ \left(\frac{R}{R_0}\right) \frac{1}{h_{ext}} + \frac{R}{k_t} ln\left(\frac{R_0}{R}\right) + \frac{R}{k_d} ln\left(\frac{R}{R-\delta}\right) + \left(\frac{R}{R-\delta}\right) \frac{1}{h_{int}} \right]$$
(14)

onde  $h_{ext} \in h_{int}$  (W/K.m<sup>2</sup>) são, respectivamente, os coeficientes externo e interno transferência de calor por convecção,  $k_t \in k_d$  (W/K.m) são, respectivamente, a condutividade térmica da parede do tubo e a condutividade térmica do depósito de parafina.

Tratando-se o problema de forma adimensional ( $U^*$ ) pode-se escrever a Equação (14) como segue:

$$U^* \equiv \frac{UR}{k_{int}} = \left[\frac{2k_{int}/k_{ext}}{Nu_{ext}} + \frac{k_{int}}{k_t} ln\left(\frac{R_0}{R}\right) + \frac{k_{int}}{k_d} ln\left(\frac{1}{1-\delta^*}\right) + \frac{2}{Nu_{int}}\right]$$
(15)

onde o  $Nu_{ext}$  e  $Nu_{int}$  são os números de Nusset para transferência de calor, definidos respectivamente como:

$$Nu_{ext} = \frac{2R_0 h_{ext}}{k_{ext}} \tag{16}$$

$$Nu_{int} = \frac{2Rh_{int}}{k_{int}}(1-\delta^*)$$
(17)

onde  $k_{ext}$  e  $k_{int}$  são respectivamente, a condutividade térmica dos fluidos escoando externamente e internamente ao duto.

Desta forma, sendo  $c_p$  (J/kg.K), o calor especifico à pressão constante do óleo e  $\dot{m}$  (kg/s), o fluxo mássico no volume de controle de área superficial A (m<sup>2</sup>), pode-se escrever o balanço de energia como:

HOLOS

$$\dot{m}c_p T_{m,x} - \dot{m}c_p \left(T_{m,x} + \frac{dT_m}{dx}\right) = UA \left(T_{m,x} - T_{ext}\right)$$
(18)

onde  $T_{m,x}$  e  $T_{ext}$  (K) são as temperaturas médias do petróleo na posição x e do ambiente externo, respectivamente.

Desenvolvendo a Equação (18) tem-se como resultado:

$$\rho Q c_p \frac{dT_m}{dx} = 2\pi R U \left( T_{ext} - T_{m,x} \right) \tag{19}$$

Considere a temperatura adimensional e o número de Peclet característico, definidos como segue:

$$\theta \equiv \frac{T_{m,x} - T_{ext}}{T_{ent} - T_{ext}} \qquad Pe_c \equiv \frac{2\rho c_p Q_c}{\pi R k_{int}}$$
(20*a* - *b*)

Integrando a Equação (19) por separação de variáveis, e inserindo as Equações (20a-b) e (10) na mesma, obtém-se a equação que descreve a distribuição de temperatura adimensional ao longo do comprimento do duto, dada por:

$$\theta = exp\left[-\frac{4}{Q^* P e_c} \int_0^{x^*} U^* \, dx^*\right] \tag{21}$$

Para calcular a posição axial onde se inicia a formação do depósito de parafina, integra-se a Equação (21) no intervalo  $0 \le x^* \le x_d^*$  considerando que:

$$\delta^*(x^*, 0) = 0 \tag{22}$$

$$\theta = \theta_c = \frac{T_{iac} - T_{ext}}{T_{ent} - T_{ext}}$$
(23)

O resultado da integração será:

 $x_{d}^{*} = \frac{ln\left(\frac{T_{ent} - T_{ext}}{T_{iac} - T_{ext}}\right) Pe_{c}Q^{*}}{4(U^{*}|\delta^{*} = 0)}$ (24)

onde  $T_{iac}$ = TIAC para um determinado óleo escoando na tubulação.

## 3.1 Análise de transição e transporte de massa

Seja  $dm_p(kg)$  a massa de parafina imobilizada sobre a superfície, dA, durante o intervalo de tempo dt,  $\emptyset$ , a porosidade do depósito de parafina, definida como a razão entre o volume de óleo e o volume total do depósito, considerando que existe uma uniformidade espacial no mesmo, pode-se escrever o fluxo de partículas de parafina como segue:

$$j_i \equiv \frac{dm_p}{dtdA} \tag{25}$$

onde,

$$dm_p = \rho_p (1 - \emptyset) dA \frac{\partial \delta}{\partial t} dt \tag{26}$$

Inserindo a Equação (26) na Equação (25), tem-se:

$$j_{i=}\rho_p(1-\phi)\frac{\partial\delta}{\partial t}$$
(27)

Como estabelecido, o mecanismo de difusão molecular é dominante no transporte de parafina e, segundo a lei de Fick, o fluxo de massa na interface sólido-liquido é dado por:

$$j_{i} = \begin{cases} 0 , & 0 \le x < x_{d}^{*} \\ -D \frac{d\rho_{w}}{dT} \Big|_{S} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{S}, & x_{d}^{*} \le x \le L \end{cases}$$

$$(28)$$

onde D (m<sup>2</sup>/s) é a difusividade molecular das parafinas,  $\rho_w$  (kg /m<sup>3</sup>) é a concentração mássica das parafinas dissolvidas,  $\frac{d\rho_w}{dT}\Big|_{s}$  (kg /m3K), é o coeficiente de solubilidade avaliado na temperatura

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \begin{cases} 0 & , \ 0 \le x < x_{d} \\ \frac{-DS\frac{\partial T}{\partial r}|_{S}}{\rho_{p}(1-\emptyset)} & , \ x_{d} \le x \le L \end{cases}$$
(29)

Por outro lado, pode-se definir o gradiente de temperatura total na interface sólidolíquido como sendo:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{s} = -\frac{U^{*}}{1 - \delta^{*}} \frac{T_{ent} - T_{ext}}{R} \theta \tag{30}$$

Além disso, sejam t\* e S\* o tempo e a solubilidade adimensionais, respectivamente dados por:

$$t^* \equiv \frac{Dt}{R^2} \tag{31}$$

$$S^* \equiv \frac{S(T_{ent} - T_{ext})}{\rho_p (1 - \emptyset)} \tag{32}$$

Assim, inserindo as Equações (30), (31) e (32), na Equação (29), e usando a Equação (8c), tem-se a taxa adimensional da espessura da camada de parafina, depositada ao longo do tubo, como segue:

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial t^*} = \begin{cases} 0 & , \quad 0 \le x^* \le x_d^* \\ \frac{S^* U^*}{1 - \delta^*} \theta & , \quad x_d^* \le x^* \le L^* \end{cases}$$
(33)

# 4. SOLUÇÃO NUMÉRICA

A Equação (33) descreve a taxa, no tempo adimensional, da espessura da camada de parafina, sendo esta, uma função implícita da espessura ( $\delta^*$ ), do coeficiente global de transferência de calor ( $U^*$ ), da temperatura ( $\theta$ ) e da solubilidade ( $S^*$ ) adimensionais,

correspondentes ao óleo em estudo. Desenvolveu-se um código computacional, que soluciona as equações governantes, dos quais esta equação depende, a partir da condição inicial  $\delta^*(x^*, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$ . Ao solucionar-se o problema em seu aspecto espacial, com o tempo fixo, chegar-se-á a uma equação diferencial ordinária, de primeira ordem, com um valor inicial, para cada subdivisão, no comprimento do tubo. Esta equação é solucionada pelo método numérico Runge-Kutta de quarta ordem, obtendo-se para cada passo de tempo adimensional, a distribuição da espessura da camada de parafina.

A malha numérica é constituída de 1000 pontos nodais, distribuídos uniformemente ao longo do comprimento do tubo. Feito uma série de testes observou-se que esta quantidade é suficiente para descrever o problema com precisão.

O passo de tempo adimensional é atribuído a cada iteração, um  $\Delta t^*=0,01$ , onde as equações são novamente solucionadas, a partir do gradiente na espessura de parafina do passo anterior. Desta forma, para cada tempo fixo, resolve-se o problema em marcha, para todo o comprimento do duto.

Para a solução de um caso genérico, em que os valores adimensionais permitem simular o fenômeno, sem a obtenção de valores pré-fixados das propriedades do óleo, variáveis que precisariam ser medidas experimentalmente, adotou-se os dados de entrada reportados na literatura (Bouceta & Kessal, 2011; Ribeiro et al., 1997). Para isso, consideramos ainda.

O escoamento se encontra termicamente desenvolvido para todo o tempo e, portanto, o  $Nu_{int}$ =3.66 (Incropera, Dewitt, Theodere & Adrienne, 2015).

As condutividades térmicas do fluido e do depósito de parafina são aproximadamente as mesmas, i.e.  $\left(\frac{k_{int}}{k_d} = 1\right)$ .

A relação entre o comprimento e o raio do tubo:  $\frac{L}{R} = 1000$ 

A temperatura adimensional crítica:  $\theta_{c=}$ **0**, **9**.

O  $Nu_{ext}$ , bem como  $k_t$  são tomados como muito elevados, quando comparados aos valores em que os mesmos estão relacionados, na equação do coeficiente global de transferência de calor.

Desta forma, a Eq. (15) resume-se a seguinte forma:

$$U^* = \left[ \ln\left(\frac{1}{1-\delta^*}\right) + \frac{2}{Nu_{int}} \right]$$
(34)

## **5.** RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta pesquisa o processo de precipitação da parafina é simulado, mantendo-se o gradiente de pressão, entre a entrada e a saída do tubo variável e a vazão volumétrica constante, para todo o tempo de operação. Desta forma, o comprimento axial no tubo, em que se apresenta

a deposição dos primeiros cristais de parafina ( $x_d^*$ ), é constante ao longo do tempo (equação 22) e observa-se que neste ponto tem-se a formação de uma garganta, onde a máxima espessura da camada de parafina depositada é encontrada. Além disso, nenhuma variação do comportamento da deposição de parafina, em função do número de Reynolds é observada.

#### 5.1 Distribuição da espessura de parafina

As Figuras 2a, 2b e 2c ilustram o comportamento da espessura da camada de parafina, depositada ao longo do duto, em diversos instantes do processo. Observa-se a situação operacional em que, para se manter uma vazão constante na saída do tubo, admite-se que a queda de pressão aumente, devido a obstrução que o depósito parafínico promove. O número de Peclet inicial ( $Pe_c$ ) é dada pela multiplicação do número de Reynolds pelo número de Prandtl, que por sua vez, representa a razão entre a difusividade de momento linear e a difusividade térmica, no escoamento. Desta forma, comparando as Figuras 2a e 2b, verifica-se que, para altos valores de Pec, a difusividade de momento linear prevalece e tem-se uma maior distribuição de parafina ao longo do comprimento do duto, enquanto que para baixos valores do mesmo, onde a difusividade térmica prevalece, observa-se um estreitamento da região onde se encontra as espessuras da camada de parafina. maiores





Figura 2-Distribuição da espessura de parafina ao longo do duto a)  $Pe_c$ =1000,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,06, b)  $Pe_c$ =500,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,06, c)  $Pe_c$ =1000,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,01.

O número de Peclet inicial ( $Pe_c$ ) é dada pela multiplicação do número de Reynolds pelo número de Prandtl, que por sua vez, representa a razão entre a difusividade de momento linear e a difusividade térmica, no escoamento. Desta forma, comparando as Figuras 2a e 2b, verifica-se que, para altos valores de *Pec*, a difusividade de momento linear prevalece e tem-se uma maior distribuição de parafina ao longo do comprimento do duto, enquanto que para baixos valores do mesmo, onde a difusividade térmica prevalece, observa-se um estreitamento da região onde se encontra as maiores espessuras da camada de parafina. Ao variar-se a solubilidade adimensional (Figura 2c), observa-se que o nível de parafina depositada é diretamente proporcional à mesma, de tal modo que, aumentando-se o parâmetro S\* em aproximadamente 6 vezes, verifica-se, comparando as Figuras 2a e 2c, um aumento de aproximadamente 4 vezes na espessura do depósito de parafina, relativa ao raio do

#### 5.2 Distribuição de temperatura

A medida que a parafina é formada, a resistência térmica relativa a transferência de calor radial é aumentada, pois a mesma funciona como um isolante na superfície interna do duto. No decorrer do tempo, para um mesmo ponto fixo no comprimento do duto, este fenômeno promove um aumento na diferença entre a temperatura do fluido interno e do ambiente externo ( $\Theta$ ), relativo ao tempo anterior. Desta forma, nas Figuras 3a 3b e 3c, observa-se o aumento na diferença de temperatura no decorrer do tempo, desde o ponto fixo onde a TIAC é atingida ( $x_d^*$ ), até aproximadamente 80% do comprimento axial do duto, onde o equilíbrio térmico é alcançado. Este efeito é cada vez menos observado, ao se reduzir o S\* (Figura 3c) devido à, nestes casos, a deposição de parafina ser menos significativa. Verifica-se, das Figuras 3a e 3b, que uma diminuição no número de Peclet inicial ( $Pe_c$ ), implica em uma redução no comprimento necessário para que ocorra o equilíbrio térmico. Isto se deve ao fato de que, baixos números de Peclet, tem-se um transporte de energia térmica, por difusão, mais efetivo na entrada do tubo. Essa característica, é refletida na maior distribuição de parafina, ao longo de um mesmo comprimento do duto.



Figura 3-Distribuição de temperatura adimensional ao longo do duto a)  $Pe_c$ =1000,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,06, b)  $Pe_c$ =500,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,06, c)  $Pe_c$ =1000,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,01.

#### 5.3 Distribuição de perda de carga adimensional

As Figuras 4a 4b e 4c descrevem a variação na queda de pressão ao longo do duto, em diferentes instantes de tempo. É evidente que, com a formação do depósito parafínico, os pontos em que se constatam maiores e bruscas perdas de carga, se encontram de igual modo, onde a deposição é mais intensa. Este efeito é diretamente proporcional ao  $Pe_c$  e ao S\*.



Figura 4-Distribuição de Pressão adimensional ao longo do duto a)  $Pe_c$ =1000,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,06, b)  $Pe_c$ =500,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,06, c)  $Pe_c$ =1000,  $Re_c$ =500 e  $S^*$ =0,01.

Comparando as Figuras 4a e 4b, verifica-se que a redução da região, onde maiores espessuras de parafina são encontradas, provocada por uma também redução no *Pec*, faz com que o fluido não diminua significativamente sua pressão, nos primeiros tempos adimensionais e,

a partir de t\*=5, passe a reduzir-se de forma relativamente mais abrupta, devido ao desenvolvimento da camada de parafina, ocorrer de forma concentrada. Contudo, verifica-se também nestas figuras que, aproximadamente em x/L=0.05, para *Pec*=500, tem-se P\*=0,4, e para *Pec*=1000, tem-se P\*=0,2, evidenciando que o depósito mais distribuído no comprimento, promove perdas de carga mais elevadas.

Para uma redução no parâmetro adimensional S\* (Figura 4c), o que gera uma camada de parafina com pequena espessura, verifica-se que a perda de carga, no decorrer do tempo, tende a linearidade, comportamento este, aproximadamente igual ao escoamento em um duto, onde não ocorre precipitação de parafina.

Apesar de não ter sido apresentado o resultado de validação, vale ressaltar que toda a formulação foi validada com os resultados de campo obtidos por Ribeiro et al., (1997) e com os resultados analíticos de Fox, Philip e Alan (2014), desenvolvidos para um escoamento monofásico, sem precipitação de parafina. Reduzindo-se, no simulador numérico, o parâmetro S\* para o valor de  $10^{-4}$ , pôde-se observar a diferença entre os resultados numéricos e analíticos, da ordem de  $10^{-12}$  caracterizando elevada precisão.

## 6. CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que:

✓ O modelo utilizado foi capaz de descrever o comportamento da espessura da camada de parafina depositada e a sua relação com as demais propriedades do escoamento. Os Resultados apresentam o processo na forma adimensional, a qual pode ser aplicada em várias condições de operação, que obedeçam às considerações feitas na formulação matemática e na solução numérica. A concordância destes resultados com os apresentados por Souza Mendes & Braga (1996) e por Ribeiro et al. (1997), que apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais, revelam as viabilidades desta pesquisa e do tipo de solução, bem como a necessidade de estudos que aprofundem o entendimento desse processo, via métodos numéricos.

✓ O número de Peclet inicial apresentou influência relevante ao processo de crescimento do depósito de parafina. A região onde se encontra elevada espessura de depósito é restrita a uma pequena fração do comprimento do tubo quando este parâmetro é reduzido, e se distribui ao longo do comprimento ao passo que o mesmo é aumentado.

✓ O coeficiente de solubilidade mostrou ser um parâmetro fundamental do problema. Observou-se que a medida do alcance da espessura do depósito de parafina é diretamente proporcional a este parâmetro. Quanto maior o S\*, maior a espessura da camada de parafina depositada no duto e uma maior perda de carga ao longo do comprimento do duto e do tempo é observada.

### 7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, a CAPES, a FINEP, ANP/UFCG-PRH-42 e a PETROBRAS pelo apoio financeiro, e aos autores referenciados que com suas pesquisas, ajudaram no melhoramento deste trabalho.

#### 8. REFERÊNCIAS

Addison, G. E. (1984) Paraffin Control More Cost-Effective; SPE Eastern Regional Meeting, (13391).

BOTT, T.R. (1997) Aspects of Crystallization Fouling. Experimental Thermal and Fluid Science, 14(4), 356–360.

BOUCETA, R., KESSAL, M. (2011) Effect of the Latent Heat on Wax Deposit in Pipelines, Defect and Diffusion Forum, 312-315,154-159.

Burger, E.D., Perkins T.K., Striegler J.H. (1981) Studies of Wax Deposition in the Trans Alaska Pipeline. Journal of Petroleum Technology, 33(6), 1075-1086.

Carnahan, N. F. (1989) Paraffin Deposition in Petroleum Production. Society of Petroleum Engineers, 41(10), 1024-1025.

Fox, R. W., Philip J. P., Alan, T. M. (2014). *Introdução a Mecânica dos Fluidos* (8a ed.). Rio de Janeiro: LTC.

Incropera, F. P., Dewitt, D. P., Theodere, L. B. e Adrienne, S. L. (2015). *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa* (7a ed.). Rio de Janeiro: LTC.

Irineu, M. A. (2003). *Transporte de Petróleo em Duto Flexível Submerso*. Dissertação de Mestrado de Engenharia Mecânica Campina Grande. Dissertação de Mestrado de Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Brasil.

Morán, L. R. M. (2007). Simulação Numérica de Deposição de Parafina em Dutos de Petróleo. Avaliação dos Mecanismos de Difusão Molecular e Difusão Browniana. Dissertação de Mestrado de Engenharia Mecânica. Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Sousa Mendes, P. R.; Braga, S. L. (1996). Obstruction of Pipelines During the Flow of Waxy Crude Oils. *Journal of Fluids Engineering*, 118(4), 722-728.

Ribeiro, F. S. (1996). *Deposição de Parafina em Linha de Produção de Petróleo*. Dissertação de Mestrado de Engenharia Mecânica. Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Ribeiro, F. S., Paulo R. S. M., Sergio L. B. (1997). Obstruction of Pipelines Due to Paraffin Deposition During the Flow of Crude Oils. *Int. J. Heat Mass Transfer, 40(18),* 4319-4328.