

ANÁLISE DE DESEMPENHO DE TRANSFORMADAS WAVELET PARA REMOÇÃO DE RUÍDO DE SINAIS PRESENTES EM DOAS

B. V. S. ARAÚJO e A. L. P. S. CAMPOS*

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
antonio.l Luiz@pq.cnpq.br*

Artigo submetido em maio/2014 e aceito em setembro/2015

DOI: 10.15628/holos.2015.2127

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre o desempenho de diversas *wavelets* distintas aplicadas à remoção de ruído de sinais típicos encontrados na Espectroscopia de Absorção Óptica Diferencial (DOAS). Os testes realizados utilizaram a transformada *wavelet*

discreta (DWT) e níveis de ruído distintos para contaminar os sinais base, em busca das *wavelets* mais apropriadas para tratá-los. Como critério de desempenho, utilizou-se a energia da diferença entre o sinal de origem e o sinal filtrado.

PALAVRAS-CHAVE: DOAS, *wavelet*, remoção de ruído, análise de desempenho de *wavelet*.

PERFORMANCE ANALYSIS OF WAVELET TRANSFORMS TO DENOISE SIGNALS PRESENT ON DOAS

ABSTRACT

This paper presents a comparative study for the performance of several different wavelets applied to denoise typical signals found in Differential Optical Absorption Spectroscopy (DOAS). The tests used the discrete wavelet transform (DWT) and distinct noise

levels to contaminate the base signals in search for the most suitable wavelet basis to denoise. As a performance criterion, the energy of the difference between the source signal and the filtered one was used.

KEYWORDS: DOAS, wavelet, denoising, performance analysis of wavelet.

1 INTRODUÇÃO

Nossa atmosfera é composta por diversos gases, contudo 3 (três) deles representam quase sua totalidade, N₂, O₂ e Ar. Os demais gases são chamados de gases-traço em virtude de suas baixas concentrações na atmosfera.

Apesar de se manifestarem em baixas concentrações, estes gases-traço possuem importantes contribuições para nosso planeta, logo para nossas vidas. Portanto seu monitoramento passa a ser muito importante e necessário, pois alguns deles são responsáveis por importantes fenômenos que ocorrem, como o efeito estufa por exemplo.

Dentre as várias técnicas de monitoramento para estes gases, a espectroscopia de absorção óptica diferencial (da sigla em inglês - DOAS) alcança especial destaque, pois é pouco invasiva e conseguir alcançar distâncias muito grandes. Sua baixa invasividade viabilizou o estudo e monitoramento de certas espécies bastante reativas. Porém ainda há aspectos que podem ser melhorados nessa técnica, deste modo reduzindo as incertezas envolvidas.

Uma abordagem para a solução do problema consiste em utilizar uma regressão linear para recuperar as concentrações dos gases envolvidos, a forma clássica usa mínimos quadrados. Alguns trabalhos buscam melhorar o desempenho final da técnica através de um pré-processamento (filtragem do ruído) e/ou com o uso de algumas técnicas alternativas no lugar da regressão.

O objetivo deste trabalho é buscar o conjunto de *wavelets* mais apropriadas para remoção de ruído, preservando características do sinal original, para diversos níveis de ruído, pois verificou-se que a literatura carece desta análise.

2 ESPECTROSCOPIA DE ABSORÇÃO ÓPTICA DIFERENCIAL - DOAS

É possível classificar as técnicas de análise de gases-traço a partir de seu princípio físico: absorção e emissão. DOAS é um tipo de espectroscopia de absorção, cujo diferencial das demais é utilizar-se de variações rápidas (componentes de alta frequência) da mistura medida dos gases-traço, para determinar suas respectivas concentrações (PLATT, 1999).

A intensidade luminosa captada pelo receptor, após atravessar a camada contendo os gases de interesse, pode ser modelada como a radiação absorvida pela matéria, descrita pela Lei de Lambert-Beer (ou Bouguer-Lambert) - LLB, equação 1:

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \cdot \exp[-L \cdot c \cdot \sigma(\lambda)] \quad \text{equação (1)}$$

Em que $I_0(\lambda)$ é a intensidade de luz emitida; $I(\lambda)$ é a intensidade de luz captada pelo receptor; L é o comprimento do caminho percorrido pelo feixe luminoso (espessura da camada absorvedora); c é a concentração do gás; e $\sigma(\lambda)$ é a seção de choque de absorção da espécie de interesse (medida em laboratório).

A seguir, na Figura 1, tem-se um esquema simples para ilustrar a medição:

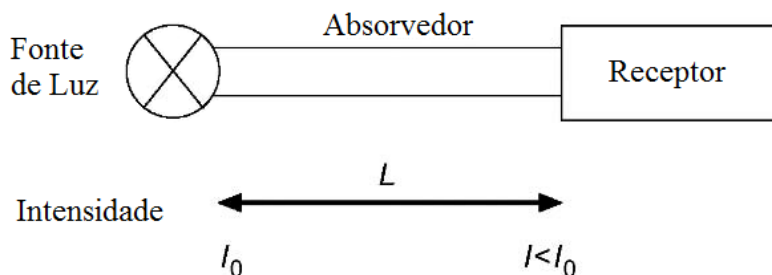


Figura 1 - Esquema de espectroscopia por absorção, também válido para DOAS, adaptado de Platt e Stutz (2008).

É possível separar $\sigma(\lambda)$ em dois sinais distintos, um de baixa frequência (lento) e outro de alta frequência (rápido). Conforme a equação 2 a seguir indica:

$$\sigma(\lambda) = \sigma_0(\lambda) + \sigma'(\lambda) \tag{equação (2)}$$

Em que $\sigma_0(\lambda)$ indica a componente de baixa frequência, que pode ser obtida através de um ajuste polinomial de 5ª ordem (PLATT e STUTZ, 2008); e $\sigma'(\lambda)$ é a secção diferencial de absorção, obtida através de filtragem passa alta, ou da subtração entre $\sigma(\lambda)$ e $\sigma_0(\lambda)$.

A seguir, tem-se uma figura que ilustra a relação entre estas componentes para o gás SO₂:

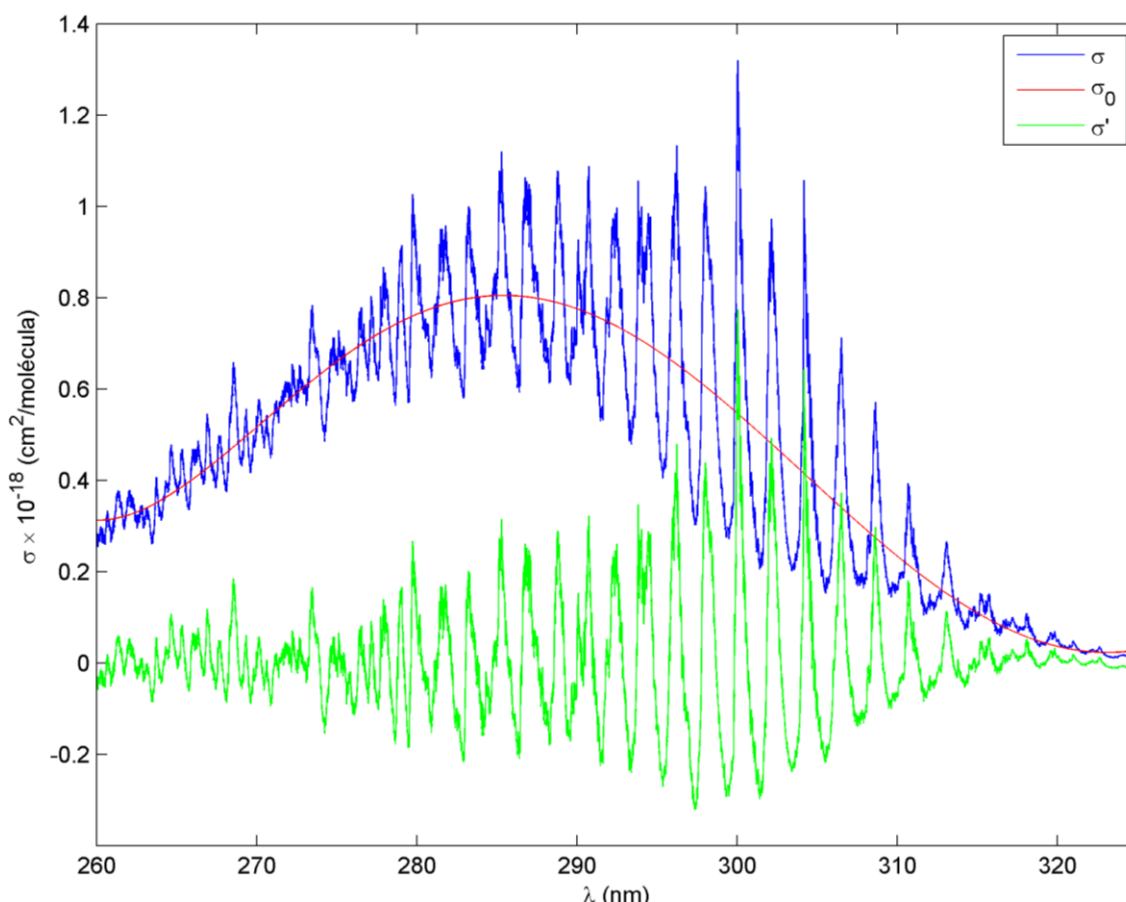


Figura 2 - Separação de $\sigma(\lambda)$ para SO₂, a partir da medição de Vandaele et al (1994) em azul, usou-se um ajuste polinomial de 5ª ordem em vermelho.

Uma forma mais completa para a LLB inclui desvanecimentos que ocorrem não somente pela absorção da matéria, como de Rayleigh (provocado pela matéria) e Mie (causado por partículas sólidas suspensas, aerossóis), conforme segue na equação 3:

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \exp\{-L[\sum_i(\sigma_i(\lambda)c_i) + \varepsilon_R(\lambda) + \varepsilon_M(\lambda)]\} \quad \text{equação (3)}$$

Em que $\varepsilon_R(\lambda)$ e $\varepsilon_M(\lambda)$ são os desvanecimentos de Rayleigh e Mie, respectivamente; e o sobescrito i indica o i -ésimo gás-traço componente da mistura.

Daí, realiza-se uma manipulação algébrica para definir D' , presente na equação 4:

$$D' = \log\left(\frac{I'_0(\lambda)}{I(\lambda)}\right) = L \sum_i(\sigma'_i(\lambda)c_i) \quad \text{equação (4)}$$

Em que D' é a densidade óptica diferencial; e $I'_0(\lambda)$ é definido como mostra a equação 5:

$$I'_0(\lambda) = I_0(\lambda) \exp\{-L[\sum_i(\sigma_{i0}(\lambda)c_i) + \varepsilon_R(\lambda) + \varepsilon_M(\lambda)]\} \quad \text{equação (5)}$$

A equação 4 é a essência do método DOAS, pois permite a análise apenas das componentes de alta frequência dos sinais de referencia, após a remoção da componente geral de baixa frequência $I'_0(\lambda)$.

Em situações práticas, mede-se $I(\lambda)$ e tem-se $I_0(\lambda)$, portanto, é possível obter o logaritmo da razão entre eles, ou a diferença de seus logaritmos. Isto é a etapa anterior para D' . Na sequencia é feita uma subtração da componente de baixa frequência (obtida por ajuste polinomial, ou filtragem passa-baixas) ou faz-se uma filtragem passa alta. O resultado disto é D' , ou seja, uma combinação linear dos $\sigma'_i(\lambda)$ dos gases-traço analisados.

3 TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA - DWT

A transformada *wavelet* discreta (da sigla em inglês, DWT) surgiu da necessidade de observar componentes de frequência localmente para um dado sinal, pois a transformada de Fourier apenas conferia dados a respeito da frequência de todo o sinal. Isto faz com que uma única característica que se manifestasse numa parte do sinal, contribuísse para toda a composição do espectro. Daí, não seria possível filtrar apenas aqueles elementos, sem causar grande distorção em todo o sinal (MALLAT, 1989).

A partir desta necessidade de ver em qual parte do sinal este fenômeno ocorria, Gabou (1946) propôs o uso da transformada de Fourier por janelas, contudo o grande objetivo ainda não havia sido alcançado. O próximo passo significativo nessa busca foi a DWT. Portanto, a DWT traz informação local da frequência do sinal. Este diferencial faz com que a DWT seja uma ótima técnica para remoção de ruído de sinais, pois permite uma atuação local no sinal através do espectro bidimensional (BURRUS, GOPINATH e GUO, 1997).

Para a decomposição do sinal original, usa-se dois conjuntos de função base, as funções *wavelet* $\psi_{j,k}(n)$, que traduzem comportamentos de maior frequência, e as funções de escala $\phi_{j_0,k}(n)$, responsáveis por frequências menores.

A seguir na equação 6, tem-se uma representação genérica de um sinal $f(n)$ decomposto pela DWT:

$$f(n) = \sum_k c_{j_0}(k) \cdot \phi_{j_0,k}(n) + \sum_k \sum_{j=j_0}^{\infty} d_j(k) \cdot \psi_{j,k}(n) \quad \text{equação (6)}$$

Os coeficientes $d_j(k)$ são responsáveis pelos detalhes do sinal $f(n)$, enquanto $c_{j_0}(k)$ representa a parcela de menor frequência. O índice k indica a localização no espaço (ou tempo, caso n fosse t) e j a escala (ou frequência).

Para encontrar os coeficientes ($c_{j_0}(k)$ e $d_j(k)$) que descrevem o sinal $f(n)$, basta usar as seguintes equações 7 e 8, respectivamente:

$$c_{j_0}(k) = \sum_k f(n) \cdot \phi_{j_0,k}(n) \quad \text{equação (7)}$$

$$d_j(k) = \sum_k f(n) \cdot \psi_{j,k}(n) \quad \text{equação (8)}$$

Para remover o ruído do sinal, atenuam-se os coeficientes de detalhe ($d_j(k)$) com base num limiar (*threshold*) (GOSWAMI e CHAN, 1999). A atenuação pode ser abrupta (*hard thresholding*) ou suave (*soft thresholding*). A seguir, a equação 9 indica a atenuação abrupta e a 10 a suave:

$$d_j(k) = \begin{cases} \mathbf{0} & |d_j(k)| < T \\ d_j(k) & |d_j(k)| \geq T \end{cases} \quad \text{equação (9)}$$

$$d_j(k) = \begin{cases} \mathbf{0} & |d_j(k)| < T \\ \text{sgn}(d_j(k)) (|d_j(k) - T|) & |d_j(k)| \geq T \end{cases} \quad \text{equação (10)}$$

em que T é o limiar escolhido e $\text{sgn}(\cdot)$ é a função sinal.

A escolha do limiar pode ser feita a partir da seguinte expressão (DONOHO, 1995):

$$T = \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \log_2 N} \quad \text{equação (11)}$$

em que σ é o desvio-padrão do ruído e N é o tamanho do sinal original.

4 OBJETIVO

DOAS é um método relativamente recente, pois seus primeiros trabalhos datam de 1975 e 1979 (NOXON, 1975; NOXON et al, 1979; PLATT e PERNER, 1979). Além disso, é uma técnica muito promissora e com um excelente potencial, pois alguns gases-traço importantes na troposfera e estratosfera foram primeiro medidos por ele (STUTZ e PLATT, 1996).

Logo, trata-se de uma técnica que pode receber diversas contribuições da comunidade científica, com uso de técnicas já existentes na bibliografia de processamento digital de sinais, bem como no estudo de desenvolvimento/adaptação de técnicas voltadas para DOAS.

Já existem alguns trabalhos que buscam melhorar a extração das concentrações dos gases-traço. Dentre esses, observa-se trabalhos com técnicas individuais como Análise de Componentes Independentes - ICA (FADEYEV e POZHAR, 2012), regressão com M-estimador robusto (JIN-JI e SU-WEN, 2009), aplicação de Filtro de Kalman (LI, 2011 e TANG et al, 2009) e algoritmo genético (TANG et al, 2009). Além de técnicas combinadas, como ICA com DWT (HAN et al, 2005) e Filtro de Kalman com DWT (SUWEN et al, 2006).

Porém, não há uma clareza na metodologia de alguns trabalhos. Um aspecto relevante não discutido é qual transformada *wavelet* é usada e ainda uma motivação para tal, como outros parâmetros da DWT, e.g., quantas escalas foram usadas. Alguns trabalhos apenas registraram o uso da DWT, mas não são claros quanto aos parâmetros usados, incluindo a família *wavelet*. Portanto, a *wavelet* mais apropriada para tratar esses sinais é algo ainda não estudado pela comunidade.

Este trabalho traz um estudo empírico cujo objetivo é investigar qual *wavelet* é a mais apropriada para tratar certos sinais encontrados nessa área de DOAS.

5 MATERIAIS

Para os testes, utilizou-se um banco de dados on-line com diversas medições devidamente catalogadas realizadas por diversos cientistas em vários locais e momentos distintos (KELLER-RUDEK e MOORTGAT, 2005). Trata-se de um catálogo *on-line* do Instituto de Química Max-Planck.

Neste catálogo é possível encontrar $\sigma(\lambda)$ para diversas espécies químicas, tanto referente a compostos orgânicos como inorgânicos, contando com 5523 arquivos com secções de choque ($\sigma(\lambda)$) referentes a 928 espécies químicas distintas, dados consultados na fonte (conforme a referência).

6 METODOLOGIA

O presente trabalho adaptou a metodologia descrita no trabalho de Stutz e Platt (1996). Usou-se sinais de O₃ (BASS e PAUR, 1985), NO₂ (SCHNEIDER et al, 1987), SO₂ (VANDAELE et al, 1994) e HCHO (MELLER e MOORTGAT, 2000) obtidos do banco de dados on-line do Instituto de Química Max-Planck (KELLER-RUDEK e MOORTGAT, 2005).

Os sinais originais foram medidos para faixas de comprimento de onda (λ) distintos, bem como outros parâmetros foram diferentes, usou-se uma taxa de amostragem distinta, logo com uma quantidade de pontos diferente. Portanto foi preciso ajustar os sinais para que possuíssem a mesma quantidade de elementos dentro de um intervalo de λ igual ao estudado.

Para isso, definiu-se um vetor λ a partir de λ_{min} e λ_{max} contendo n elementos igualmente espaçados. A partir deste intervalo, i.e., do novo eixo das abscissas, redefiniu-se os valores de $\sigma(\lambda)$, para adequá-los ao estudo. Para preservar o máximo o possível do sinal original, usou-se uma reamostragem do sinal original através de uma spline cúbica, conforme Stutz e Platt (1996) propõem.

Neste trabalho, os parâmetros utilizados para redefinir $\sigma(\lambda)$ foram: $\lambda_{min} = 287 \text{ nm}$, $\lambda_{max} = 323 \text{ nm}$ e $n = 512$.

A seguir, tem-se o gráfico dos gases traços originais e após a reamostragem:

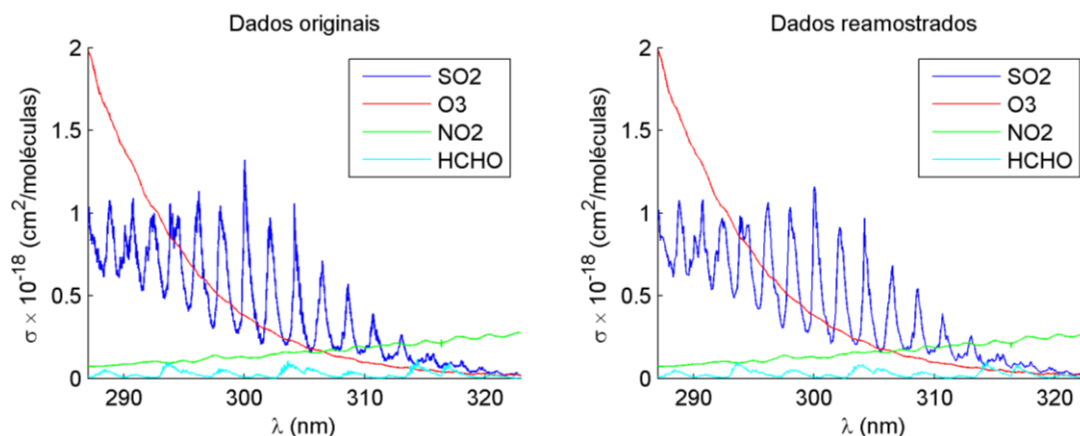


Figura 3- Sinais originais (esq.) e reamostrados (dir.).

Verifica-se visualmente que este procedimento de fato conserva várias características dos sinais originais. Naturalmente, é como se ocorresse uma filtragem referente ao ruído de medição, pois o sinal da direita fica está mais ‘limpo’ apenas.

Os sinais trabalhados foram σ' e não σ . Portanto, é preciso fazer a mudança e, para encontrar σ' , usou-se uma regressão polinomial de 5ª ordem nos sinais de σ reamostrados para então encontrar σ' a partir da equação 2, conforme ilustrado pela Figura 2.

Os sinais resultantes podem ser vistos no gráfico a seguir:

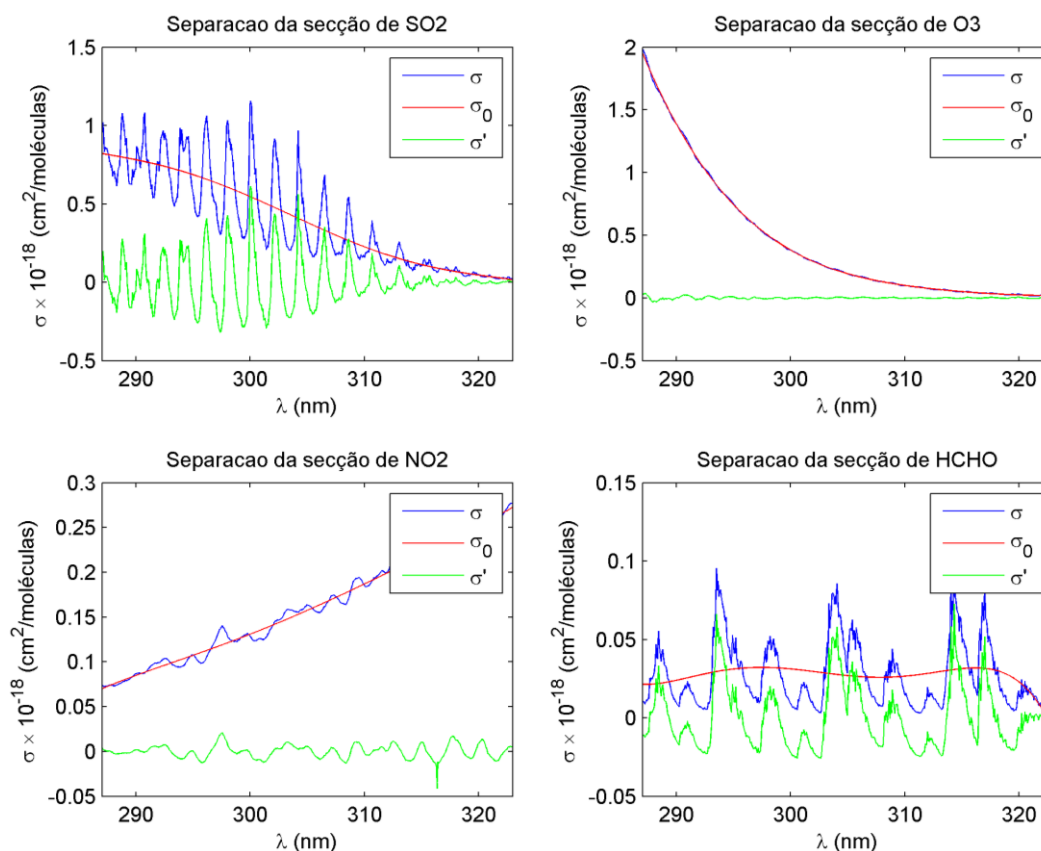


Figura 4 - Sinais usados na simulação (verde).

Em virtude da escala, é difícil ver o sinal do O₃, portanto, tem-se um zoom a seguir:

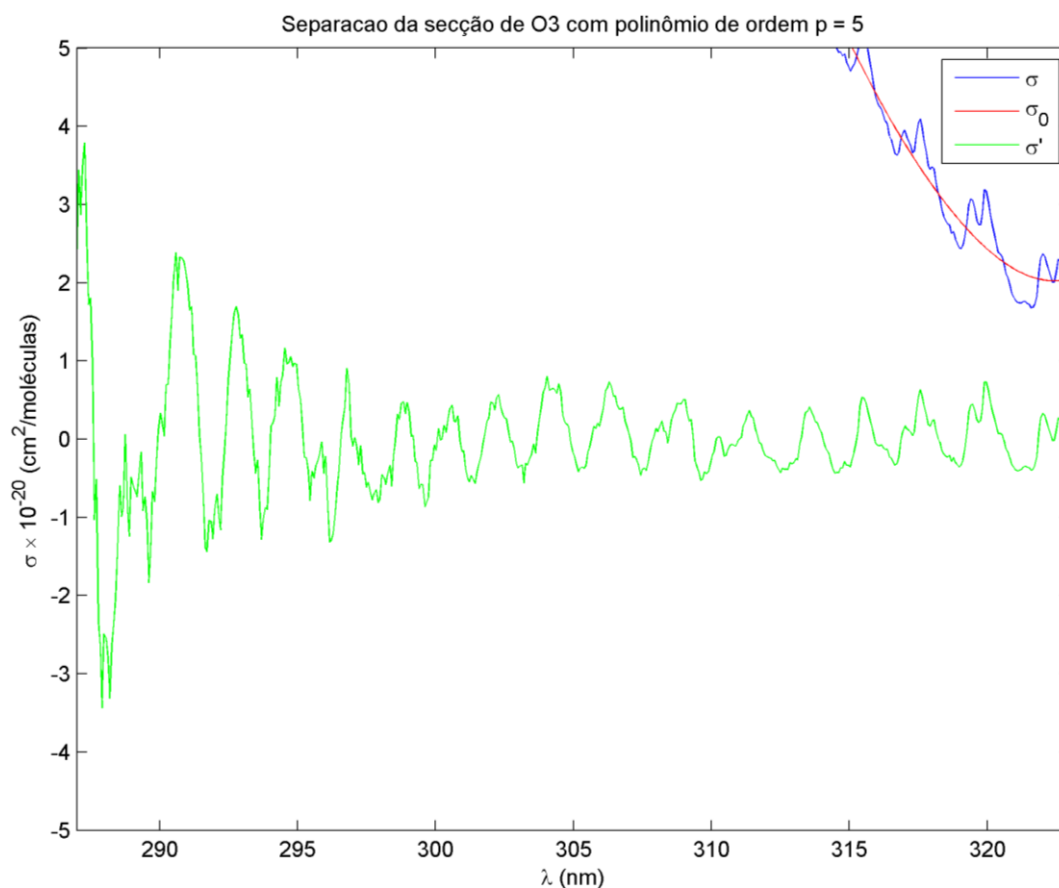


Figura 5 - Zoom do σ' de O3.

A respeito dos parâmetros da DWT, buscou-se usar várias *wavelets* para poder elencar a que melhor fosse capaz de remover o ruído dos sinais, portanto, usou-se Daubechie (db1 até db10), Symlets (sym2 até sym8), Coiflets (coif1 até coif5), Biortogonais e reversa (bior e rbio) e Meyer discreta (dmey). Ao todo, foram usadas 53 *wavelets*.

Verificou-se resultados com 5 níveis distintos de escala (decomposição), de 1 escala apenas até com a 5ª escala. Para o limiar, usou-se o proposto por Donoho (1995) (equação 11) e para a limiarização, a abrupta (equação 9).

Neste trabalho, cada sinal σ' foi estudado separadamente, em busca da *wavelet* mais apropriada para filtrar o ruído de cada um. Nesta análise, o sinal (σ') foi normalizado com relação a seu desvio-padrão, de modo a ter desvio padrão 1. Pela própria natureza da filtragem, o nível médio do sinal (σ') é zero.

Quanto ao ruído usado para contaminar $\sigma'_{normalizado}$, usou-se ruído gaussiano adicionado a $\sigma'_{normalizado}$ em cada simulação, usou-se níveis distintos de desvio padrão para o ruído de cada cenário. Dez valores foram usados: 0,01; 0,025; 0,05; 0,075; 0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; e 1,25. Cada cenário foi simulado 1000 (mil) vezes.

Buscou-se utilizar valores de ruído baixo, médio e alto, para observar se havia uma mudança entre qual *wavelet* seria a melhor para a filtragem, bem como se haveria uma significativa mudança do desempenho da melhor *wavelet* para cada cenário.

Para comparar o desempenho entre as *wavelets*, usou-se a energia do erro, i.e., a soma dos quadrados da diferença entre $\sigma'_{normalizado}$ sem ruído e $\sigma'_{normalizado}$ filtrado após a

contaminação do ruído. Para cada cenário, usou-se a média, o desvio-padrão e os valores máximo e mínimo da energia do resíduo para a análise qualitativa.

7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como resultado do estudo, tem-se uma massa de dados com valores médios, desvios-padrão e máximos e mínimos da energia do erro para cada cenário avaliado. A seguir, tem-se gráficos ilustrando o comportamento de cada desvio-padrão distinto (exceto 1,25), para o SO₂ filtrado até a escala 4:

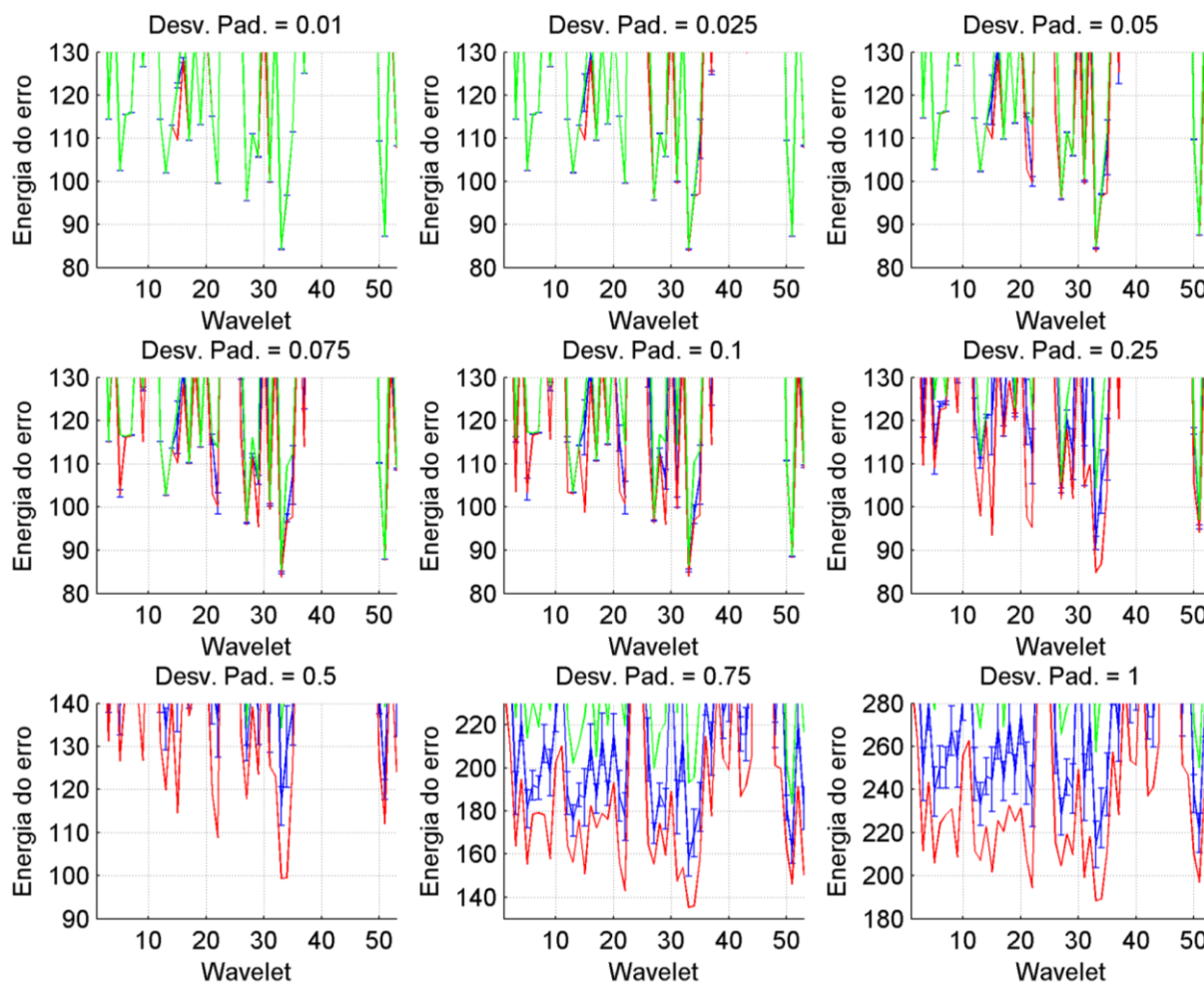


Figura 6 - Resultado da simulação para SO₂ com nível da DWT = 4. Em azul o nível médio e as barras de erro (indicando o desvio-padrão), em vermelho os valores mínimos e em verde os máximos.

A partir de uma análise gráfica é possível buscar os melhores desempenhos através da menor energia média, da menor variação entre a máxima e a mínima, bem como do menor desvio-padrão. Estes 3 (três) indicadores podem ser combinados para a busca qualitativa da melhor *wavelet* a ser usada para cada sinal.

Com base na Figura 6, gráfico de desvio-padrão = 0,01, observa-se destaque para duas *wavelets*. A de maior destaque (melhor desempenho) foi a bior 3.7 (posição 33), seguida da rbo 5.5 (posição 51). Para baixos ruídos, há um desempenho significativamente melhor, mesmo com o aumento do ruído estas *wavelets* prevalecem em suas posições.

Como o objetivo deste trabalho é elencar as melhores *wavelets*, busca-se a que possua melhor desempenho com baixo ruído e mantenha boas características com ruídos maiores. Em poucos casos, houve uma enorme equivalência entre os desempenhos de duas *wavelets*, nesses ambas foram registradas. Na Figura 6, é possível ver em gráficos de maior ruído que há benefício em usar a bior 3.7, no lugar da bior 5.5, apesar de não muito, nesse caso optou-se por registrar bior 3.7 como a melhor para tratar o sinal com escala 4.

A análise observa o comportamento com a presença de um ruído pequeno, mas o foco é em ruídos moderados e elevados. Verificou-se ainda que para as taxas de ruído mais elevadas (com desvio-padrão de 1,0 e 1,25), quase não há diferença muito significativa entre os desempenhos das *wavelets*, pois há uma dificuldade geral em realizar a filtragem. Contudo, há algumas famílias que degeneram bastante o sinal, sem conseguir remover o ruído satisfatoriamente, daí não se deve pensar que é irrelevante qual *wavelet* é usada para tratar o sinal.

Por se tratar de uma massa de dados muito grande e como é preciso uma análise quantitativa e qualitativa, a seguir tem-se uma tabela com as *wavelets* mais apropriadas para cada gás e para determinado nível de decomposição, após a análise de todos os 10 (dez) gráficos de cada conjunto gás-escala, para observar através dos diferentes níveis de ruído:

Tabela 1 - Resultado dos experimentos, *wavelets* mais apropriadas por gás-traço e escala até onde o sinal foi decomposto na filtragem.

Gás\Nível	1	2	3	4	5
SO ₂	sym5	sym6	sym6	bior3.7	rbio5.5
O ₃	db3/sym3	db10/dmey	db8	rbio5.5	rbio5.5
NO ₂	rbio2.2	rbio2.4	rbio3.9	dmey	rbio5.5
HCHO	coif1/rbio2.2	db10/dmey	db9	bior3.5	bior3.5

Nos casos indicados com duas *wavelets*, houve uma proximidade bastante significativa de valores, assim sendo, optou-se por marcar ambas.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BASS, A.M.; PAUR, R.J. The ultraviolet cross-sections of ozone I. Measurements. In: Atmospheric Ozone, Proceedings of the Quadrennial Ozone Symposium, 1984, Halkidiki, Grécia, Reidel Publishing Company, 1985, p. 606-610.
2. BURRUS, C.S.; GOPINATH, R. A.; GUO, H. Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer, 1. ed., Nova Jersey: Prentice Hall, 1998.
3. DONOHO, D. L. De-Noising by Soft-Thresholding, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 41, 1995.
4. FADEYEV, A.V.; POZHAR, V.E. Application of independent component analysis method in real-time spectral analysis of gaseous mixtures for acousto-optical spectrometers based on differential optical absorption spectroscopy, Optics in Atmospheric Propagation and Adaptive Systems XV, Vol. 8535, 2012, Edinburgo, Reinounido, doi:10.1117/12.974426.

5. GABOR, D. Theory of communication, Journal of the IEE, London, 1946.
6. GOSWAMI, J. C.; CHAN, A. K. Fundamentals of Wavelets Theory, Algorithms, and Applications, 2. ed., Hoboken, NJ, USA, John Wiley & Sons Inc., 2011, doi: 10.1002/9780470926994.
7. HAN, S.H. *et al.* A New Method for Analysis of Differential Optical Absorption Spectra using Wavelet Transform and Independent Component Analysis, Instrumentation and Measurement Technology Conference - IMTC 2005, Ottawa, Ontario, Canadá, Maio, 2005.
8. JIN-JI, M.; SU-WEN, L. Retrieving Method of Differential Optical Absorption Spectroscopy Based on M-estimator Robust Regression, Acta Photonica Sinica, Vol. 38 No 8, Agosto, 2009.
9. KELLER-RUDEK, H.; MOORTGAT, G.K. MPI-Mainz-UV-VIS Spectral Atlas of Gaseous Molecules. 2005. Disponível em: <<http://www.atmosphere.mpg.de/enid/2295>> Acesso em: 2 nov. 2013, 18:50:00.
10. LI, W. Applying Kalman Filter on Optical Measurement of Atmospheric Compositions, 7o Simpósio Internacional on Precision Engineering Measurements and Instrumentation, Vol. 832131, 2011, doi:10.1117/12.905209.
11. MALLAT, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, IEEE Transactions on Pattern Recognition and Machine Intelligence, 1989, p. 674-693.
12. MELLER, R.; MOORTGAT, G.K. Temperature dependence of the absorption cross sections of formaldehyde between 223 and 323 K in the wavelength range 225-375 nm, Journal of Geophysical Research, Vol. 105 (D6), 2000, p. 7089-7101, doi:10.1029/1999JD901074.
13. NOXON, J.F. Nitrogen dioxide in the stratosphere and troposphere measured by ground-based absorption spectroscopy, Science, Vol. 189, No 4202, 1975, p. 547-549, doi: 10.1126/science.189.4202.547.
14. NOXON, J.F.; WHIPPLE, E.C.; HYDE, R.S. Stratospheric NO₂. 1. Observational method and behavior at mid-latitudes, Journal of Geophysical Research, Vol. 84 (C8), 1979, p. 5047-5076, doi:10.1029/JC084iC08p05047.
15. PLATT, U.; PERNER, D. Simultaneous measurements of atmospheric CH₂O, O₃ and NO₂ by differential optical absorption, Journal of Geophysical Research, Vol. 84 (C10), 1979, p. 6329-6335, doi:10.1029/JC084iC10p06329.
16. PLATT, U. Modern methods of the measurement of atmospheric trace gases. Journal of Physical Chemistry Chemical Physics - PCCP, Vol. 1, 1999, p. 5409-5415, doi: 10.1039/A906810D.
17. PLATT, U.; STUTZ, J. Differential Optical Absorption Spectroscopy: principles and applications, Springer Berlin Heidelberg, 2008, doi:10.1007/978-3-540-75776-4.
18. SCHNEIDER, W. *et al.* Absorption cross-sections of NO₂ in the UV and visible region (200 - 700 nm) at 298 K, Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry, Vol. 40, 1987, p. 195-217, doi:10.1016/1010-6030(87)85001-3.
19. STUTZ, J.; PLATT, U. Numerical analysis and error estimation of differential optical absorption spectroscopy measurements with least squares methods. Applied Optics, Vol. 35, 1996, p. 6041-6053, doi:10.1364/AO.35.006041.
20. SUWEN, L. *et al.* Application of Kalman Filtering and Wavelet Transform in DOAS, Anais do

- 2006 IEEE International Conference on Information Acquisition, Weihai, Shandong, China, 2006, p. 748 - 753,doi:10.1109/ICIA.2006.305822.
21. TANG, G. *et al.* Improved algorithms of differential optical absorption spectroscopy for monitoring SO₂, NO₂ from flue gas, Measurement Science and Technology, Vol. 20, No 1, IOP Science Publishing, 2009, doi:10.1088/0957-0233/20/1/015601.
 22. VANDAELE, A.C. *et al.* SO₂ absorption cross section measurement in the UV using a Fourier transform spectrometer, Journal of Geophysical Research, Vol. 99 (D12), 1994, p. 25599-25605, doi:10.1029/94JD02187.