

INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA DAS CARACTERÍSTICAS DA TURBULÊNCIA E AUTO-SIMILARIDADE DE UM RESSALTO HIDRÁULICO ESTABILIZADO ALTAMENTE AERADO MEDIANTE USO DE SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS

F.O. ANDRADE*, M.Y.M. TAKENOBU, M. MARQUES

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Universidade Federal do Paraná

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4348-7966> *

fandrade@utfpr.edu.br

Submitted October 23, 2023 - Accepted November 27, 2023

DOI: 10.15628/holos.2023.16313

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo numérico de um ressalto hidráulico estabilizado, a número de Froude 4.25 e número de Reynolds 1.15×10^5 , posicionado em um canal horizontal de seção transversal retangular com comprimento de 3,2 m, largura de 0,5 m e altura 0,4 m, resolvido mediante aplicação do método de simulação de grandes escalas (LES). As características básicas do ressalto hidráulico são simuladas, como as profundidades conjugadas, comprimento do ressalto e perfis de velocidade e concentração de ar. O decaimento da velocidade máxima do ressalto hidráulico e a taxa de espalhamento da camada cisalhante são simulados e comparados com dados experimentais. Para esses parâmetros, os resultados numéricos demonstram que é possível estabelecer uma analogia com outros escoamentos cisalhantes, tais como o jato de parede plano. Perfis das componentes

vertical e longitudinal da velocidade média são simulados, de modo que a autossimilaridade é observada para seções transversais localizadas na região de recirculação do ressalto. A autossimilaridade também é observada em termos de flutuações turbulentas, enquanto as simulações LES indicam um alto nível de turbulência na região de recirculação. A raiz quadrática média simulada da componente longitudinal da flutuação de velocidade, u_{rms} , varia de 0,5 a 0,7 da velocidade máxima das seções transversais e a raiz quadrática média simulada da componente vertical da flutuação de velocidade, v_{rms} , gira em torno de 0,5 da velocidade máxima das seções transversais. Todas as comparações de validação demonstraram boa concordância com os dados experimentais selecionados de Kramer and Valero (2020) and Wang (2014), apresentando desvios médios sempre menores que 5%.

PALAVRAS-CHAVE: Ressalto hidráulico, simulação de grandes escalas, turbulência, auto-similaridade.

NUMERICAL INVESTIGATION OF TURBULENCE CHARACTERISTICS AND SELF-SIMILARITY IN A HIGHLY AERATED STABLE HYDRAULIC JUMP USING LARGE EDDY SIMULATION

ABSTRACT

This work presents a numerical study of a stable hydraulic jump at Froude number 4.25 and Reynolds number 1.15×10^5 inside a horizontal and rectangular channel with a length of 3.2 m, a width of 0.5 m and a height of 0.4 m using large eddy simulation (LES). Classical hydraulic jump characteristics are obtained, such as conjugate depths, jump length, void fraction and velocity profiles. The hydraulic jump maximum streamwise velocity decay and shear layer spreading rate are simulated and compared with experimental data. For these parameters, numerical results demonstrate that is possible to establish an analogy with other shear flows, such as the horizontal plane wall jet. Profiles of streamwise and vertical components of mean velocity are simulated, and self-similarity is observed for

cross-sections located at the recirculation region of the jump. Self-similarity is also observed in terms of turbulent fluctuations, insofar as LES simulations indicate a high level of turbulence in the recirculation region. The simulated root mean square of streamwise velocity fluctuations, u_{rms} , ranges from 0.5 to 0.7 of the maximum cross-sections velocity, whereas the root mean square of vertical component of velocity fluctuations, v_{rms} , stays around 0.5 of the maximum cross-sections velocity. All validation comparisons show good agreement with the selected experimental data of Kramer and Valero (2020) and Wang (2014), presenting average deviations always lesser than 5%.

KEYWORDS: Hydraulic jump, large eddy simulation, turbulence, self-similarity.



1 INTRODUÇÃO

Os ressaltos hidráulicos são comumente encontrados em ambientes naturais e muitas vezes utilizados em instalações feitas pelo homem para gerar mecanismos como dissipação de energia e processos de mistura (Singh e Roy, 2023). Os ressaltos são caracterizados por um rápido aumento na elevação da superfície livre na transição do fluxo supercrítico para o fluxo subcrítico, e são sempre acompanhados por intensa turbulência, dissipação de energia e arrasto de ar (Witt et al., 2018). A força dos ressaltos hidráulicos pode ser medida pelo número de Froude a montante $Fr_1 = u_1/\sqrt{gd_1}$, onde g é a aceleração da gravidade, u_1 é a velocidade média a montante e d_1 é a profundidade média do escoamento na seção de entrada.

Na seção de entrada dos ressaltos hidráulicos, um jato de água de alta velocidade impacta uma porção mais lenta de águas mais profundas, criando uma zona de inflexão caracterizada por intensa turbulência e mistura ar-água (Kramer e Valero, 2020). Este fenômeno é análogo ao jato de parede horizontal, onde a camada limite de entrada interage com uma camada de cisalhamento em desenvolvimento do ressalto e as forças viscosas começam a se tornar relevantes (Cavalcante et al., 2017). Tal como no jato de parede horizontal, os ressaltos hidráulicos estáveis apresentam uma região desenvolvida onde perfis de autossimilaridade em termos de componentes médios de velocidade e variáveis de turbulência (por exemplo, componentes médios longitudinais e transversais da velocidade, *rms* de flutuações de velocidade) podem ser observados. Uma característica distintiva dos ressaltos hidráulicos é o arrasto substancial de ar proveniente das flutuações superficiais da interface ar-água, que é incorporado na camada de cisalhamento em desenvolvimento e transportado a jusante do fluxo (Wudritch et al., 2022). Uma área atual de interesse de pesquisa envolve medição de características de turbulência utilizando experimentos físicos ou simulações numéricas nas regiões aeradas de saltos hidráulicos.

A maioria dos estudos envolvendo características de turbulência em ressaltos hidráulicos altamente aerados disponíveis na literatura foram realizados experimentalmente utilizando modelos físicos. Chanson e Brattberg (2000) e Murzyn et al. (2005) investigaram a distribuição da concentração de ar, estrutura de fluxo e frequência de bolhas em saltos hidráulicos altamente aerados para uma ampla gama de números de Froude usando tubo pitot tipo Prandtl e sondas intrusivas de detecção de fase. Mossa (1999), Wang e Chanson (2015) e Montano (2018) estudaram as características oscilantes, mecanismos cíclicos e comportamento da superfície da água em ressaltos hidráulicos. Flutuações turbulentas em superfície livre foram medidas com hidrômetros elétricos, medidores de deslocamento acústico e, mais recentemente, usando Lidar. Wang e Murzyn (2017) e Wang e Chanson (2019) mediram a velocidade turbulenta e escalas turbulentas características em ressaltos hidráulicos altamente aerados usando conjuntos de medidores de fio e sondas de detecção de fase. Mossa e Tolve (1998) investigaram um escoamento bifásico borbulhante em um ressalto hidráulico usando técnicas de visualização de escoamento. Este estudo pioneiro iniciou uma série de outros experimentos que realizaram medições de velocidade turbulenta com base em técnicas de imagem, como os trabalhos de Lin et al. (2012) e Bung e Valero (2016). Desenvolvimentos recentes em técnicas de imagem para medições instantâneas de velocidade em ressaltos hidráulicos altamente aerados foram demonstrados pelo trabalho de Kramer et al. (2019).

Simulações numéricas têm sido utilizadas recentemente e forneceram aos pesquisadores uma ferramenta poderosa para investigar as estruturas turbulentas dos ressaltos hidráulicos. A simulação numérica direta (DNS) de Mortazavi et al. (2016) apresentou resultados para campos de velocidade média, tensões de Reynolds, produção de turbulência, dissipação de turbulência, espectros de velocidade e dados de arrasto de ar. Além disso, este trabalho relatou estatísticas completas associadas à frequência de geração de bolhas. Jesudhas et al. (2016) realizaram uma simulação DES para estudar um salto hidráulico submerso. Para validar os resultados do DES, as quantidades médias de velocidade e turbulência, incluindo as tensões de Reynolds, foram comparadas com os dados experimentais disponíveis. Jesudhas et al. (2018) desenvolveram simulação IDDES de um salto hidráulico oscilante e instável em números de Froude de 3,8 e 8,5, respectivamente. Os diferentes tipos de oscilações foram analisados avaliando o campo de fluxo instantâneo. Todas as características do fluxo foram capturadas com precisão pelas simulações e apresentadas pelos autores com discussões pertinentes. Mukha et al. (2022) realizaram uma simulação de grandes escalas (LES) de um ressalto hidráulico clássico com número de Froude igual a 2. Os cálculos foram realizados utilizando o software de código fonte aberto OpenFoam®, e o objetivo principal foi avaliar a influência dos parâmetros de modelagem na precisão das soluções. Takenobu et al. (2022) realizaram DES e usaram um modelo de turbulência $k-\omega$ SST para avaliar o software de código aberto OpenFoam® para representar adequadamente o perfil médio da linha d'água e a concentração de ar registrada ao longo de um ressalto hidráulico com número de Froude de 7,5. Os resultados numéricos foram comparados com os dados do modelo físico mostrando boa concordância das simulações finais.

Apesar dos desenvolvimentos recentes, estudos numéricos envolvendo as características mais relevantes da turbulência na região aerada dos ressaltos hidráulicos ainda necessitam de maiores avanços. Com este aspecto específico em mente, o objetivo deste estudo é realizar simulação de grandes escalas (LES) de um ressalto hidráulico altamente aerado com número de Froude $Fr_1 = 4.25$ para investigar: (a) características clássicas de ressalto hidráulico, tais como profundidades conjugadas, comprimento do ressalto e perfis de concentração, (b) decaimento da velocidade longitudinal máxima do ressalto, taxa de espalhamento da camada de cisalhamento e perfis de velocidade média, (c) superfície livre auto-similar do ressalto hidráulico e perfis de velocidade média, e (d) propriedades auto-silimares e perfis de flutuação de velocidade. Os resultados obtidos por LES são comparados com os dados experimentais medidos nos trabalhos recentes de Kramer e Valero (2020) e Wang (2014).

O restante deste manuscrito está organizado da seguinte forma: a seção Formulação matemática descreve as equações de conservação LES no contexto do software de código aberto baseado em volumes finitos OpenFoam®. A seção Dados experimentais disponíveis resume os trabalhos experimentais empregados para comparações com os resultados numéricos obtidos. A seção Configuração numérica descreve a geometria e as condições de contorno, malha numérica, solvers numéricos e características dos esquemas de discretização. A seção Resultados e discussões apresenta e discute os resultados obtidos para as propriedades do ressalto hidráulico, velocidades médias, características de turbulência, perfis de concentração, perfis de velocidade média e propriedades auto-similares, e a seção Conclusões e recomendações apresenta as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Em LES, o ressalto hidráulico é descrito pelas equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear filtradas espacialmente, considerando um fluido newtoniano e incompressível. Usando notação indicial em coordenadas cartesianas, para $i, j = 1, 2, 3$ essas equações podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} + \bar{\rho} \bar{g}_i \quad (2)$$

onde ρ é a massa específica, u_i e u_j são os componentes do vetor velocidade, p é a pressão e g_i é a gravidade. A barra superior indica uma propriedade filtrada espacialmente. Neste trabalho, o filtro LES usado é um filtro uniforme implícito associado à malha numérica adotada. O tensor das tensões viscosas filtrado, $\bar{\tau}_{ij}$, é dado por:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

onde μ é a viscosidade cinemática (Pope, 2000).

O tensor das tensões viscosas na escala de sub-malha $\tau_{ij}^{SGS} = -\bar{\rho}(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)$ é modelado de acordo com:

$$\tau_{ij}^{SGS} = \mu_{SGS} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

onde μ_{SGS} é a viscosidade cinemática na escala sub-malha, obtida mediante uso do modelo clássico de Smagorinsky-Lilly (Smagorinsky, 1963):

$$\mu_{SGS} = 2\bar{\rho}(C_S \Delta)^2 |\bar{S}_{ij}| \quad (5)$$

onde C_S é a constante de Smagorinsky, com valores típicos para escoamento em canal em torno de 0,10, $\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$ é a escala característica de comprimento do filtro associada às dimensões dos volumes de controle locais da malha cartesiana $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ e \bar{S}_{ij} é o tensor de deformação resolvido na malha.

Uma equação de conservação para uma função indicadora é usada para representar a superfície livre e a indicação da fase (ar ou água) no contexto de um método *volume of fluids* (VOF) (Hirt e Nichols, 1981):

$$\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\gamma} \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (6)$$

onde γ é a fração de volume de captura de interface (Wang et al., 2015, Huang et al. 2019). Propriedades físicas como massa específica e viscosidade em qualquer ponto são calculadas como médias ponderadas de acordo com:

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}_w \bar{\gamma} + \bar{\rho}_a (1 - \bar{\gamma}) \quad (7)$$

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_w \bar{\gamma} + \bar{\mu}_a (1 - \bar{\gamma}) \quad (8)$$

onde os subscritos *w* e *a* indicam água e ar, respectivamente. As equações (1) a (8) são resolvidas usando o software de código aberto baseado em volumes finitos OpenFoam® (Moukalled et al. 2016). Informações sobre as características numéricas da solução são fornecidas na seção de configuração da simulação numérica.

3 BANCO DE DADOS EXPERIMENTAIS

A simulação numérica realizada neste trabalho emprega condições geométricas e de contorno idênticas à configuração experimental de Kramer e Valero (2020). Este estudo recente também fornece a maior parte dos dados para as comparações de validação dos resultados de simulação obtidos. Kramer e Valero (2020) realizaram medições experimentais de um ressalto hidráulico estabilizado, altamente aerado a um número de Froude de entrada de 4,25, usando sondas intrusivas de detecção de fase e técnicas de visualização e imagem. As medições experimentais incluíram: características básicas do ressalto hidráulico, tais como profundidades conjugadas, comprimento do ressalto e perfis de superfície, perfis de concentrações de ar e bolhas, decaimento de velocidade, taxa de espalhamento e perfis de componentes de velocidade média, flutuações de velocidade e perfis de tensões de Reynolds, escalas de comprimento integral da turbulência e espectros de turbulência.

Além do referido trabalho, dados selecionados do estudo experimental de Wang (2014) são utilizados para as comparações de validação com os resultados de simulação obtidos. Esta tese de doutorado apresentou um estudo sistemático de ressaltos hidráulicos clássicos baseado em modelagem física. O estudo cobriu uma ampla gama de números de Froude de entrada, de 2,8 a 10, usando técnicas de sonda de detecção de fase intrusivas e não intrusivas. As medições experimentais incluíram propriedades como nível de água e flutuações de pressão, oscilações de ressalto, arrastamento de ar e perfis de concentração e campos de velocidade instantânea.

4 CONFIGURAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

4.1 Geometria, condições de contorno e malha computacional

As simulações numéricas são realizadas para água em condições normais de temperatura e pressão, com densidade $\rho = 998,2 \text{ kg/m}^3$ e viscosidade cinemática $\mu = 1,0016 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, escoamento em um canal horizontal e retangular com comprimento de 3,2 m, largura de 0,5 m e altura de 0,4 m. Uma vazão uniforme $q_1 = 0,057 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}$ é usada como condição de contorno de entrada, levando a uma velocidade média de entrada de 3,16 m/s, sem flutuação de velocidade aplicada na entrada. Na saída é adotada uma condição de velocidade no valor fixo de 0,47 m/s. No fundo do canal, nas paredes laterais esquerda e direita são consideradas condições de paredes isotérmicas e de não escorregamento. Os efeitos da rugosidade do canal são desprezados para simular as condições de um fundo de canal liso. O plano superior está definido para condições atmosféricas estáticas.

Uma malha computacional preliminar foi desenvolvida, mediante discretização do domínio da geometria, usando volumes de controle poliédricos em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais. Posteriormente, uma malha final refinada foi construída utilizando a ferramenta *blockMesh* disponível no pacote OpenFoam®. Nas direções transversal e longitudinal, as dimensões dos volumes de controle são uniformes e iguais a $\Delta z = 10\text{ mm}$ e $\Delta x = 5\text{ mm}$, respectivamente. Na direção vertical, os volumes de controle são extremamente pequenos na região próxima ao fundo do canal, onde o valor médio de y^+ no fundo do canal é 44,69, expandindo-se gradual e lentamente em direção ao nível médio da superfície da água (região C), onde as dimensões da malha são tipicamente em torno de $\Delta y \approx 0,5\text{ mm}$. Acima do nível médio da superfície da água, na direção vertical em direção à atmosfera livre (região B), os volumes de controle se expandem para tamanhos máximos em torno de $\Delta y \approx 2,5\text{ mm}$. O tamanho total da malha é de 5.400.000 volumes de controle. A solução final foi obtida em 336 horas, rodando em um cluster AMD-7452 com 64 núcleos computacionais. A Figura 1(a) mostra uma visão geral da malha e as condições de contorno aplicadas, e a figura 1(b) mostra uma visão lateral detalhada da malha computacional.

A profundidade média simulada de entrada do ressalto hidráulico é $d_1 = 0.042\text{ m}$ e a profundidade média no final do salto é $d_2 = 0.24\text{ m}$, idênticos aos valores obtidos por Kramer e Valero (2020). A velocidade média na entrada do ressalto é $u_1 = 2.73\text{ m/s}$, levando a um número de Froude de entrada $Fr_1 = u_1/\sqrt{gd_1} = 4.25$. O número de Reynolds é $Re = \rho u_1 d_1/\mu \approx 1.15 \times 10^5$. A localização do início do ressalto da simulação LES é $x_1 = 0.4\text{ m}$ a partir da condição de contorno de entrada. A posição longitudinal no sentido escoamento ao longo do domínio computacional é dada pelo seguinte parâmetro adimensional: $\chi = (x - x_1)/d_1$, onde x é a coordenada no sentido do escoamento, $x_1 = 0.4\text{ m}$ é a posição do início do ressalto e d_1 é a profundidade de entrada do ressalto hidráulico.

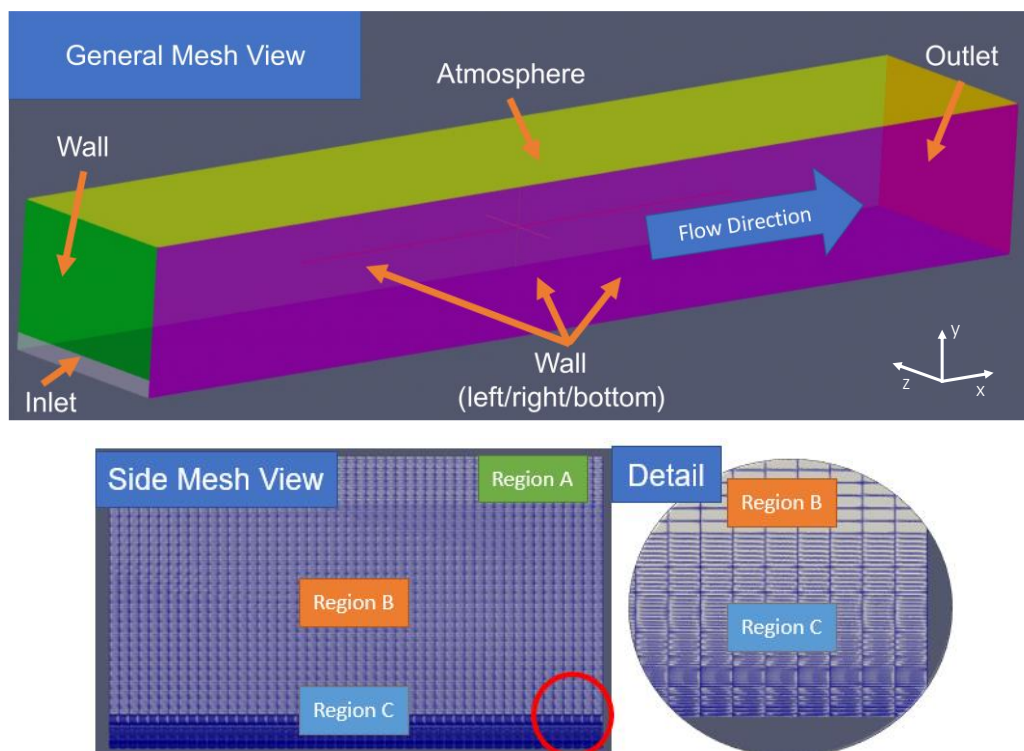


Figura 1: (a) Visão geral da malha e condições de contorno, (b) Vista lateral detalhada da malha computacional.

4.2 Características numéricas e esquemas de discretização

Todas as simulações são realizadas utilizando o software OpenFoam® versão 8, um conjunto de programas para mecânica do contínuo altamente difundido, baseado no método de volumes finitos (Patankar, 1980). O pacote de software foi projetado para rodar nativamente em sistemas GNU/Linux, e o código-fonte é aberto e escrito quase inteiramente em C++ orientado a objetos. Um tema central do design do OpenFoam® é que os aplicativos, escritos usando as classes OpenFoam®, possuem uma sintaxe que se assemelha muito às equações diferenciais parciais que se pretende resolver, uma característica que facilita o processo de projeto de novos *solvers*, implementação de novos modelos e equações.

Neste trabalho, as equações governantes são resolvidas em arranjos de malhas colocadas e poliédricas, considerando escoamentos turbulentos de fluido incompressível em regime transiente. A discretização temporal é limitada pela condição de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) igual a 0,5, levando a intervalos de tempo estáveis variando aproximadamente de 10^{-4} a 10^{-5} s. A cada passo de tempo, o algoritmo PIMPLE é usado para acoplamento pressão-velocidade. As matrizes da equação de pressão são resolvidas por um método de gradiente conjugado pré-condicionado DIC (diagonal incompleto-Cholesky), enquanto as equações de conservação de quantidade de movimento são resolvidas por um *solver* Smooth Gauss Seidel. Todas as tolerâncias do *solver* são definidas como 10^{-8} .

Os esquemas de discretização espacial no OpenFoam® dependem fortemente de esquemas de interpolação para transformar quantidades baseadas em células (centróides) em faces das células (Barroso et al., 2015), uma vez que o arranjo variável da malha é colocado, em combinação com o Teorema de Gauss para converter integrais de volume em integrais de superfície. Os gradientes das equações são resolvidos usando um esquema linear de Gauss limitado por células. O gradiente celular é limitado para preservar a condição de monotonicidade, garantindo que os valores faciais obtidos pela extrapolação do valor da célula para as faces das células usando o gradiente sejam limitados pelos limites mínimo e máximo das células vizinhas. Os termos não lineares das equações de conservação de quantidade de movimento são discretizados por um esquema upwind de segunda ordem e os termos laplacianos são discretizados por um esquema Gauss linear corrected.

4.3 Comparação, estatística e critério de validação

O ressalto hidráulico atingiu estabilidade após 30 segundos de simulação, partindo das condições iniciais do canal em repouso. Uma vez que o ressalto hidráulico está completamente estável, as estatísticas são coletadas para uma frequência de 20 Hz durante um período de 20 s, de forma semelhante ao sugerido pelo trabalho de Witt (2014). Os resultados são extraídos para um plano vertical localizado na linha central do domínio computacional (posição da linha central $2z/w = 0$) e próximo à parede lateral do canal (posição da parede lateral $2z/w = 0,96$), onde z é a coordenada transversal e w é a largura do canal, para seções localizadas em $\chi = 3,6, 7,1, 10,7$ e $14,3$. Neste trabalho, os resultados numéricos são considerados validados na comparação contra os dados experimentais selecionados de Kramer e Valero (2020) e Wang (2014) se os desvios das estatísticas forem inferiores a 10%. A Figura 2 ilustra as posições da variável adimensional χ das seções transversais utilizadas para comparações com os dados experimentais.

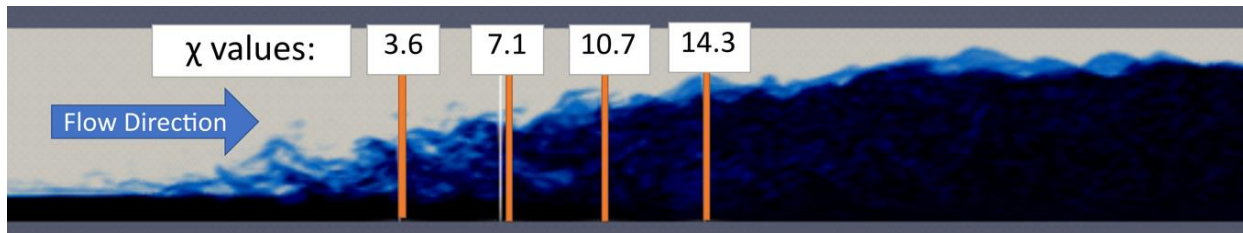


Figura 2: Posições das coordenadas χ das seções transversais para comparações dos resultados LES com dados experimentais.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Profundidades conjugadas, comprimento e perfil auto-similar da superfície livre

Uma relação bem conhecida de ressaltos hidráulicos são as profundidades conjugadas d_1 , d_2 , obtidas pela aplicação da equação de conservação de quantidade de movimento sob a suposição de tensão de cisalhamento desprezível na parede e velocidades uniformes, distribuições de pressão hidrostática no início e no final do ressalto. A equação resultante foi derivada pela primeira vez por Bélanger (1840):

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right) \quad (9)$$

onde os subscritos 1 e 2 referem-se às posições a montante e a jusante do ressalto. A Figura 3(a) ilustra a equação (9) plotada como uma linha vermelha juntamente com o resultado obtido pela simulação LES plotado como um círculo preto, a medição de Kramer e Valero (2020) como um círculo azul e os dados experimentais de Wang (2014) como uma cruz em cinza.

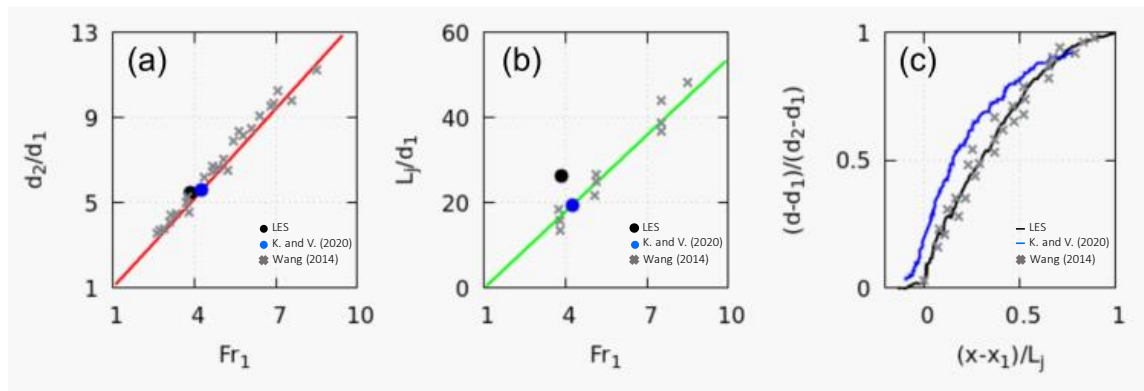


Figura 3: Propriedades básicas do ressalto hidráulico: (a) razão de profundidade conjugada d_2/d_1 em função do número de Froude de entrada, (b) razão de comprimento do salto L_j/d_1 em função do número de Froude de entrada, (c) perfil de superfície livre auto-similar com d = elevação da superfície livre.

As medições do comprimento do ressalto hidráulico geralmente apresentam um grau de incerteza. O comprimento do ressalto L_j pode ser definido como a distância entre o início do ressalto e o local onde a superfície livre se torna horizontal (Hager et al., 1990). Com base nesta

definição, o comprimento do ressalto resultante desta simulação LES é $L_j = 1.16 m$, enquanto Kramer e Valero (2020) mediram $L_j = 0.82 m$. A Figura 3(b) mostra que $L_j/d_1 = c_1(Fr_1 - 1)$ é uma equação válida, traçada como uma linha verde, onde $c_1 = 6$ é obtido pelo ajuste dos pontos medidos por Wang (2014). Pode-se observar que a relação L_j/d_1 simulada por LES é ligeiramente superior à medição experimental.

Um perfil auto-similar da superfície livre média da água do ressalto hidráulico é dado por:

$$\frac{d - d_1}{d_2 - d_1} = \left(\frac{x - x_1}{L_j} \right)^{c_2} \quad (10)$$

onde d é a elevação da superfície livre, d_1 e d_2 são as profundidades conjugadas, L_j é o comprimento do salto hidráulico, $x_1 = 0,4 m$ é a localização média do início do ressalto a partir da entrada do domínio e x é a posição no sentido do fluxo. O expoente c_2 é igual a 0,537 com base no trabalho de Wang (2014). A Figura 3(c) ilustra o perfil auto-similar da superfície da água. Observa-se que o perfil de simulação de LES, representado pela linha preta, está em perfeita concordância com os dados experimentais de Wang (2014).

5.2 Perfis de concentração média de ar

Perfis de concentração média de ar, C , são calculados próximos à parede lateral do canal (na posição $2z/w = 0,96$), onde z é a coordenada transversal e w é a largura do canal. Quatro verticais são selecionadas no sentido escoamento, contemplando as duas principais regiões do ressalto hidráulico: as regiões de cisalhamento e de recirculação. As quatro verticais estão localizadas em $\chi = 3,6,7,1,10,7$ e $14,3$. Os perfis médios de concentração de ar obtidos para essas seções transversais são plotados em função da profundidade adimensional y/d_1 nas Figuras 4 (a) a (d), respectivamente. Pode-se observar que tanto para regiões de cisalhamento quanto de recirculação a simulação LES é capaz de capturar o comportamento médio da interface ar-água, mostrando uma boa concordância da distribuição média da concentração de ar quando comparada com os dados medidos de Kramer e Valero (2020). O desvio médio máximo da seção transversal é de aproximadamente 4,5%, portanto inferior aos 10% estabelecidos como critério de referência para validação dos resultados numéricos.

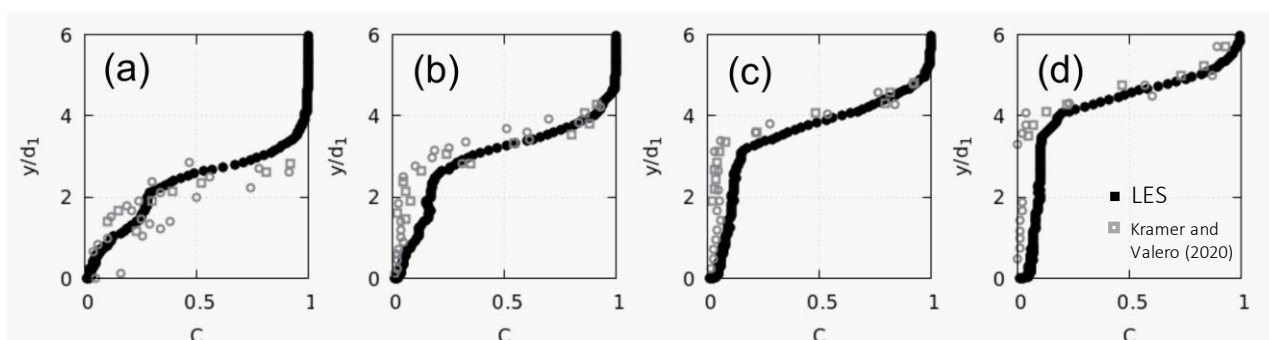


Figura 4: Distribuição da concentração de ar para seções transversais em: (a) $\chi = 3, 6$, (b) $\chi = 7, 1$, (c) $\chi = 10, 7$, (d) $\chi = 14, 3$.

5.3 Decaimento de velocidade, taxa de espalhamento e perfis de velocidade média

Existem duas características principais nas regiões de impacto e rolamento do ressalto hidráulico: (1) decaimento da velocidade com o aumento da distância no sentido do escoamento e (2) taxa de espalhamento do salto hidráulico na direção vertical. O decaimento da velocidade mostra um comportamento semelhante aos jatos turbulentos de parede plana (Pope, 2000), onde a velocidade diminui proporcionalmente a $u_{m\acute{a}x} \propto x^{-1/2}$, onde $u_{m\acute{a}x}$ é a velocidade máxima da seção transversal no sentido do escoamento. Kramer e Valero (2020) obtiveram a seguinte relação empírica: $u_{m\acute{a}x}/u_1 = 1.9\chi^{-1/2}$. A Figura 5(a) ilustra o decaimento da velocidade do ressalto hidráulico na linha central, comparando os resultados da simulação em círculos pretos com dados experimentais selecionados. Pode-se observar que os resultados simulados de LES posicionaram-se na mesma faixa dos dados experimentais de Kramer e Valero (2020), Chanson (2009) e Chanson e Brettberg (2000).

Semelhante aos jatos planos turbulentos, a camada de cisalhamento do ressalto hidráulico pode ser caracterizada por meio da taxa de espalhamento S , definida como o gradiente da meia largura do ressalto hidráulico $y_{1/2}$ na direção do escoamento, $S = dy_{1/2}/dx$, onde a meia largura atende à seguinte condição: $\bar{u}(x, y_{1/2}) = 1/2 u_{m\acute{a}x}$. A Figura 5(b) ilustra a taxa de espalhamento do ressalto hidráulico em termos da meia largura normalizada $y_{1/2}/d_1$. A simulação LES em círculos pretos e os dados experimentais de Kramer e Valero (2020) levam a uma concordância perfeita, indicando que o salto hidráulico se espalha linearmente a uma taxa de $S = 0,128$.

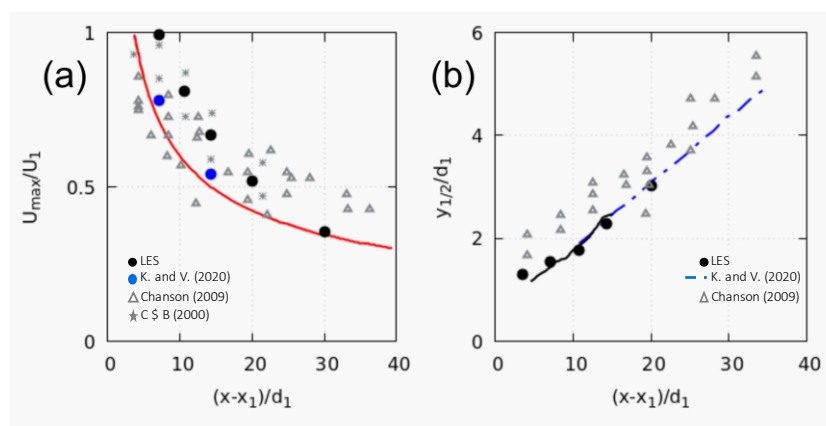


Figura 5: (a) Decaimento da velocidade no sentido longitudinal na linha de centro, (b) taxa de espalhamento do jato do ressalto normalizada no centro - comparação com dados de Kramer e Valero (2020), Chanson e Brattberg (2000) e Chanson (2009).

Os perfis de velocidade média são calculados na linha central e próximo à parede lateral do canal. A Figura 6 mostra perfis de velocidade média em quatro posições diferentes a partir da ponta do salto hidráulico em $\chi = 3,6,7,1,10,7$ e $14,3$. As Figuras 6(a) a (d) ilustram o desenvolvimento da componente média normalizada da velocidade na região do jato do ressalto. Pode-se observar que a simulação LES previu valores superiores quando comparada com as medições experimentais de Kramer e Valero (2020).

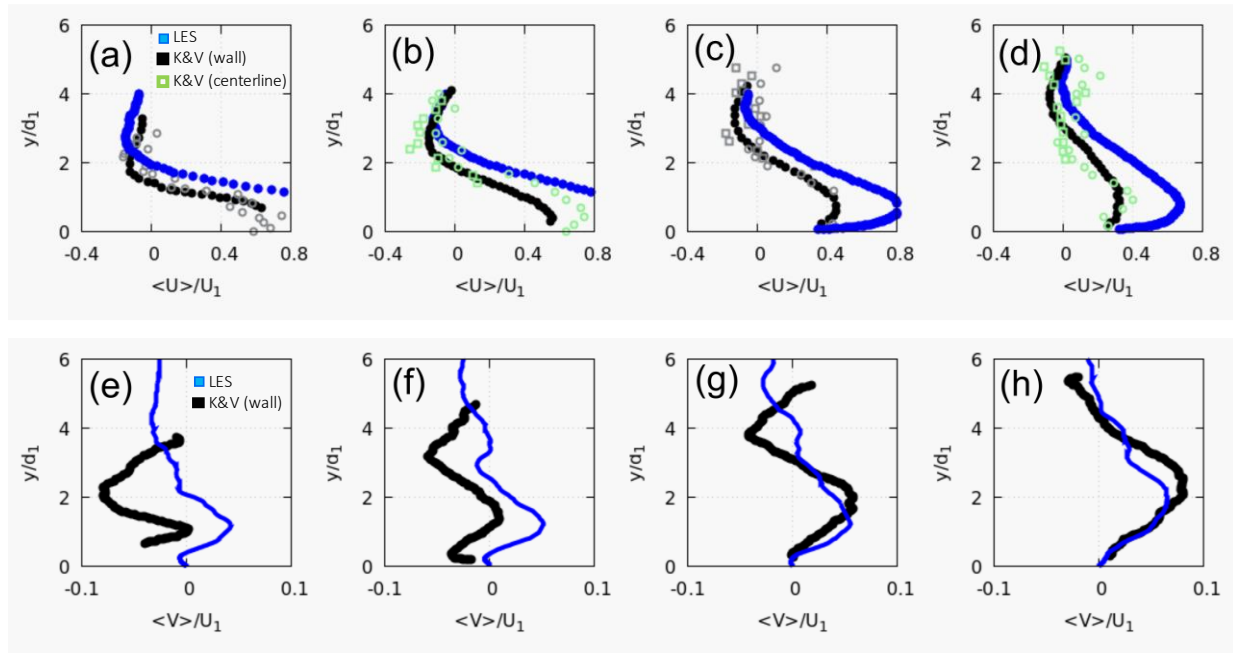


Figura 6: Perfis de velocidade média. Componente longitudinal nas posições: (a) $\chi = 3, 6$, (b) $\chi = 7, 1$, (c) $\chi = 10, 7$, (d) $\chi = 14, 3$, e componente transversal nas posições: (e) $\chi = 3, 6$, (f) $\chi = 7, 1$, (g) $\chi = 10, 7$, (h) $\chi = 14, 3$.

As Figuras 6(e) a (h) ilustram a componente vertical média normalizada da velocidade. A simulação LES captura o comportamento da velocidade vertical para as seções transversais $\chi = 7,1$ a $14,3$, enquanto para a seção transversal localizada na região de cisalhamento em $\chi = 3,6$, a simulação LES não fornece o pico de velocidades verticais negativas como medido no experimento de Kramer e Valero (2020).

5.4 Perfis auto-similares de velocidades médias e flutuações de velocidade

O ressalto hidráulico demonstra comportamento de velocidade auto-similar como outros escoamentos cisalhantes (tais como, jato turbulento plano, camadas de mistura cisalhante) usando variáveis adimensionais adequadas. Apresentando as variáveis auto-similares ξ e η na direção vertical:

$$\xi = \frac{y}{y_{1/2}} \quad \eta = \frac{y - y_{u_{m\acute{a}x}}}{y_{1/2} - y_{u_{m\acute{a}x}}} \quad (11)$$

com $y_{u_{m\acute{a}x}}$ sendo a elevação onde $\bar{u} = u_{m\acute{a}x}$ e y a direção vertical, os perfis de velocidade podem ser expressos em função das variáveis auto-similares:

$$f(\xi) = \frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} \quad g(\eta) = \frac{\bar{u} - u_{min}}{u_{m\acute{a}x} - u_{min}} \quad h(\xi) = \frac{\bar{v} - v_{min}}{v_{m\acute{a}x} - v_{min}} \quad (12)$$

onde $f(\xi)$ e $g(\eta)$ representam a distribuição de velocidade no sentido do escoamento e $h(\xi)$ a distribuição de velocidade normal. A Figura 7(a) mostra os resultados da simulação LES em cor azul para a distribuição auto-similar da velocidade $f(\xi)$, em comparação com contornos obtidos por Kramer e Valero (2020) medidos a jusante da região de impacto para $\chi > 8$. Pode-se observar uma concordância bastante boa entre a simulação LES e os dados medidos na representação do perfil

auto-similar. Os resultados LES obtidos seguem exatamente o comportamento da equação empírica do jato de parede $f(\xi) = 2.3(\xi)^{0.42}[1 - \text{erf}(0.886\xi)]$ proposta por Verhoff (1963) e adaptada por Lin et al. (2012), representado pela linha vermelha sólida. A Figura 7(b) ilustra a distribuição de velocidade auto-similar $g(\eta)$ para a região superior do ressalto hidráulico, válida a jusante da região de impacto para $\chi > 8$. A simulação LES em azul e os contornos dos dados experimentais estão em boa concordância, ambos podem ser representados pela equação $g(\eta) = \exp(-\alpha\eta^2)$, onde $\alpha \approx \ln 2$. A Figura 7(c) mostra a distribuição vertical auto-similar de velocidade $h(\xi)$. A simulação LES em azul indica que $h(1) \approx 1$, portanto $y_{v_{\text{máx}}} \approx y_{1/2}$. Além disso, o perfil vertical exibe um perfil em forma de S que pode ser aproximado por uma série de Fourier: $h(\xi) = \alpha_0 + \alpha_1 \cos(\xi\beta) + \alpha_2 \sin(\xi\beta)$, onde $\alpha_0 = 0.5144$, $\alpha_1 = -0.2596$, $\alpha_2 = 0.3427$ e $\beta = 2.297$, indicados pela curva em linha vermelha. Existe uma concordância bastante boa entre os resultados do LES e os contornos dos dados experimentais.

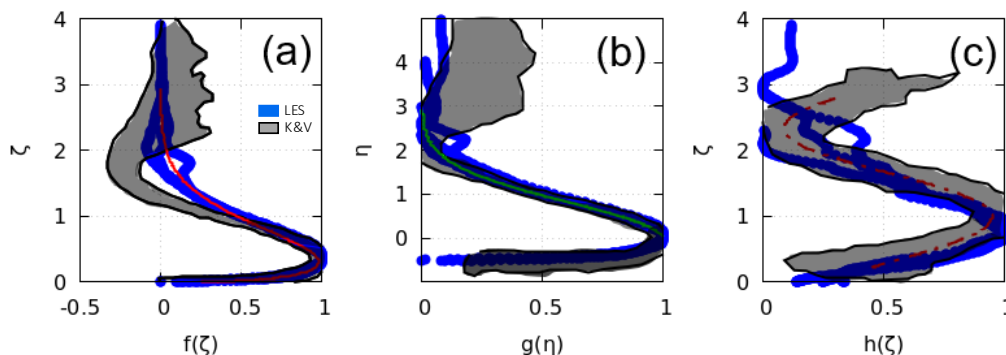


Figura 7: Auto-similaridade dos perfis de velocidade média a jusante da região de impacto para $\chi > 8$: (a) velocidade longitudinal com variáveis ξ e $f(\xi)$, (b) velocidade longitudinal com variáveis η e $g(\eta)$, (c) velocidade vertical com variáveis ξ e $h(\xi)$.

O ressalto hidráulico é caracterizado por intensas flutuações turbulentas, que podem atingir 50% ou mais das velocidades de entrada na região próxima ao início do ressalto, excedendo a turbulência normalmente encontrada em escoamentos de jato de parede. A componente longitudinal da flutuação da velocidade é o resíduo $u' = u - \bar{u}$, onde u é a velocidade total. A raiz quadrada da média das flutuações de velocidade é calculada como $u_{rms} = \sqrt{\overline{u'^2}}$ e, da mesma forma, para o componente vertical da flutuação de velocidade v_{rms} . Também é observada auto-similaridade em termos de componentes de flutuação de velocidade u_{rms} e v_{rms} a jusante da região de impacto do salto para $\chi > 8$. A Figura 8(a) ilustra a distribuição auto-similar da flutuação turbulenta em sentido do escoamento normalizada $u_{rms}/u_{máx}$. Pode-se notar que todos os perfis colapsam no mesmo conjunto de curvas mostrando auto-similaridade para a região $\chi > 8$ e um alto nível de flutuações turbulentas, onde o u_{rms} varia entre 0,5 a 0,7 da velocidade máxima na seção. Os resultados da simulação LES mostram aproximadamente a mesma faixa de flutuações de turbulência. A Figura 8(b) ilustra a distribuição auto-similar da flutuação turbulenta vertical normalizada $v_{rms}/u_{máx}$. Os dados experimentais mostram um alto nível de flutuações turbulentas para este componente, variando $v_{rms}/u_{máx}$ aproximadamente de 0,35 a 0,65, enquanto a simulação LES indica nível na faixa de 0,5.

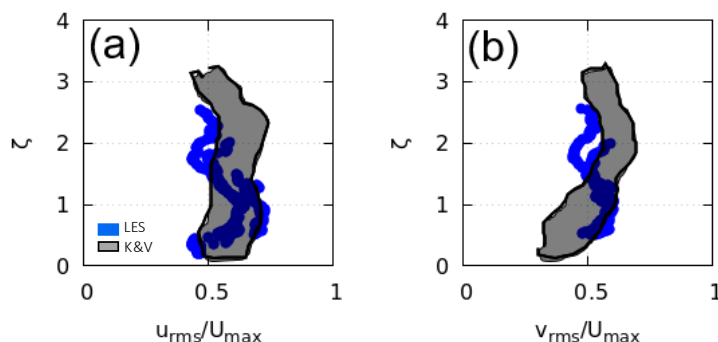


Figura 8: Auto-similaridade de perfis de flutuação de velocidade turbulenta a jusante da região de impacto para $\chi > 8$: (a) componente longitudinal $u_{rms}/u_{m\acute{a}x}$ (b) componente vertical $v_{rms}/u_{m\acute{a}x}$.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Este estudo numérico investigou um ressalto hidráulico estabilizado em $Fr_1 = 4.25$ e $Re = 1.15 \times 10^5$ usando simulação de grandes escalas (LES) e o software de código aberto OpenFoam®. O estudo experimental de Kramer e Valero (2020) forneceu as condições geométricas e de contorno para as simulações, bem como os dados para comparações de validação. Propriedades básicas de ressalto hidráulico, perfis médios de concentração de ar, velocidades médias e flutuantes foram comparadas com dados selecionados, além do estudo de Wang (2014) foram usados nas comparações, assim como dados analíticos.

A simulação LES foi capaz de calcular as propriedades básicas do salto hidráulico, e também prever a distribuição média da concentração de ar na região de cisalhamento para a seção transversal localizada em $\chi = 3,6$, e na região de recirculação em $\chi = 7,1,10,7$ e $14,3$, onde os desvios dos dados experimentais de Kramer e Valero (2020) foram sempre inferiores a 5%. Os resultados de LES também mostraram que o ressalto hidráulico exibe decaimento de velocidade máxima, taxa de espalhamento e auto-similaridade em termos de componentes de velocidade média e flutuante comparáveis a outros escoamentos cisalhantes, tais como os jatos de parede plana. A simulação LES indicou decaimento de velocidade equivalente às medições de Wang (2014), uma taxa de espalhamento $S = 0,128$ como em Kramer e Valero (2020) e foi capaz de prever com precisão todos os perfis de velocidade média auto-similares. Em termos de flutuações turbulentas, a simulação LES demonstrou a existência de perfis auto-similares para $\chi > 8$, e que o u_{rms} varia aproximadamente entre 0,5 a 0,7 da velocidade máxima em sentido longitudinal e o v_{rms} está em torno de 0,5 da velocidade máxima para esta região.

Futuramente, novos trabalhos numéricos serão desenvolvidos como uma segunda parte desta pesquisa com o objetivo de explorar dois aspectos diferentes: (1) a utilização de um modelo de turbulência mais elaborado, como o modelo dinâmico de Smagorinsky, e (2) a investigação de outras características de turbulência nas regiões de cisalhamento e recirculação do ressalto hidráulico, como as escalas de características de comprimento e velocidade integral da turbulência, os componentes do tensor de tensão de Reynolds e o espectro de energia cinética turbulenta. O conhecimento de tais propriedades do ressalto hidráulico é útil para aplicações que envolvem mistura de compósitos e dissipação de energia.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barroso, A. B., Bessa, J. A., Bezerra, C. A. D., Moraes, J. L., Alexandria, A. R. (2015). Análise do balanço da suspensão do protótipo fórmula por método dos elementos finitos. *HOLOS*, 5, 170–181. <https://doi.org/10.15628/holos.2015.2189>

Bélanger, J. B. (1840). Notes sur Lhydraulique. Cole Royale des Ponts et Chaussées, Champs-sur-Marne, France.

Bung, D., Valero, D. (2016). Optical flow estimation in aerated flows. *Journal of Hydraulic Research*, 54(5), 575-580. doi.org/10.1080/00221686.2016.1173600

Cavalcante, M. A., Chaves, S. G., Fagundes, F. P., Fagundes, K. R. G. (2017). Influência do tipo e da concentração de quebrados de géis no processo de fraturamento hidráulico. *HOLOS*, 1, 125–138. <https://doi.org/10.15628/holos.2017.5196>

Chanson, H. (2009). Advective diffusion of air bubbles in hydraulic jumps with large Froude numbers: An experimental study. Technical Report. School of Engineering, University of Queensland. Brisbane, Australia.

Chanson, H., Brattberg, T. (2000). Experimental study of the air-water shear flow in a hydraulic jump. *International Journal of Multiphase Flow*, 583-607.

Hager, W.H., Bremen, R., Kawagoshi, N. (1990). Classical hydraulic jump: length of roller. *J. Hydraul. Res.* 28, 591–608. [doi/abs/10.1080/00221689009499048](https://doi.org/10.1080/00221689009499048)

Hirt, C. W., Nichols, B. D. (1981). Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39, 201-225.

Huang, J., JiaJia, L., Politano, M., Li, R., Carrica, P. (2019). Modelling air entrainment downstream of spillways. *E-proceedings of the 38th IAHR World Congress*. Panama City, Panama. [doi:10.3850/38WC092019-1317](https://doi.org/10.3850/38WC092019-1317)

Jesudhas, V., Roussinova, V., Balachandar, R., Barron, R. (2016). Submerged Hydraulic Jump Study Using DES. *J. Hydraul. Eng.* 143(3): 04016091. [doi/10.1061/%28ASCE%29HY.1943-7900.0001231](https://doi.org/10.1061/%28ASCE%29HY.1943-7900.0001231)

Jesudhas, V., Murzyn, F., Balachandar, R. (2018). IDDES evaluation of oscillating hydraulic jumps. *E3S Web of Conferences* 40. 05067. River Flow 2018. doi.org/10.1051/e3sconf/20184005067

Kramer, M., Valero, D. (2020). Turbulence and self-similarity in highly aerated shear flows: The stable hydraulic jump. *International Journal of Multiphase Flow*, 129. 103316. doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103316

Kramer, M., Valero, D., Chanson, H., Bung, D. (2019). Towards reliable turbulence estimations with phase-detection probes: an adaptive window cross-correlation technique. *Experiments in Fluids*, 60, 2-6. doi.org/10.1007/s00348-018-2650-9

Lin, C., Hsieh, S-C., Lin, I-J., Chang, K., Rajkumar, V. (2012). Flow property and self-similarity in steady hydraulic jumps. *Exp Fluids*, 53, 1591–1616. DOI 10.1007/s00348-012-1377-2



Montano, L., Li, R., Felder, S. (2018). Continuous measurements of time-varying free-surface profiles in aerated hydraulic jumps with a LIDAR. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 93, 379-397. doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2018.01.016

Mortazavi, M., Le Chenadec, V., Moin, P., Mani, A. (2016). Direct numerical simulation of a turbulent hydraulic jump: turbulence statistics and air entrainment. *Journal of Hydraulic Research*. 37, 541-558.

Mossa, M. (1999). On the oscillating characteristics of hydraulic jumps. *Journal of Hydraulic Research*. 37, 541-558. doi.org/10.1080/00221686.1999.9628267

Mossa, M., Tolve, U. (1998). Flow Visualization in Bubbly Two-Phase Hydraulic Jump. *Journal of Fluids Engineering*. 120, 160-165. DOI: 10.1115/1.2819641

Moukalled, F., Mangani, L., Darwish, M. (2016). The finite volume method in computational fluid dynamics: an advanced introduction with OpenFOAM and Matlab. *Springer International Publishing, USA*.

Mukha, T., Almeland, S. K., Bensow, R. E. (2022). Large-Eddy Simulation of a classical hydraulic jump: influence of modelling parameters on the predictive accuracy. *Fluids*. MPDI. 7-101. pp. 1-22. doi.org/10.3390/fluids7030101

Murzyn, F., Mouaze, D., Chaplin, J. R. (2005). Optical fibre probe measurements of bubbly flow in hydraulic jumps. *International Journal of Multiphase Flow*. 31, 141-154. doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2004.09.004

Patankar, S. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow. CRC Press. Boca Raton. USA.

Pope, S. B. (2000). Turbulent Flows. Cambridge University Press, Cambridge. https://doi.org/10.1017/CBO9780511840531

Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations, I: the basic experiment. *Monthly Weather Review*. 91(3), 99-164.

Singh, U. K., Roy, P. (2023). Energy dissipation in hydraulic jumps using triple screen layers. *Applied Water Science*. 13, 1-9. doi.org/10.1007/s13201-022-01824-y

Takenobu, M. Y. M., Dettmer, P. H. C., Ovelar, C. O. S., Souza, F. F., Andriolo, M. V., Giordani, S., Aver, C. S. (2022). Modelagem computacional de um ressalto hidráulico utilizando OpenFOAM. *Congresso Latino-americano de Hidráulica. Anais de mecânicas dos fluidos e hidráulica fundamental*. 78-86.

Verhoff, A. (1963). The two-dimensional turbulent wall jet with and without and external free stream. Technical report. Princeton. USA.

Wang, H. (2014). Turbulence and Air Entrainment in Hydraulic Jumps. PhD Thesis. School of Civil Engineering. The University of Queensland. Australia.

Wang, H., Chanson, H. (2015). Experimental study of turbulent fluctuations in hydraulic jumps. *J. Hydraul. Eng.* 141(7) 04015010. DOI: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001010

Wang, H., Chanson, H. (2019). Characterization of transverse turbulent motion in quasi-two-dimensional aerated flow: Application of four-point air-water flow measurements in

hydraulic jump. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 100, 222-232.
doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2018.09.004

Wang, H., Murzyn, F. (2017). Experimental assessment of characteristic turbulent scales in two-phase flow of hydraulic jump: from bottom to free surface. *Environ Fluid Mech.*17, 7-25. DOI 10.1007/s10652-016-9451-6

Witt, A. M. (2014). Analytical and numerical investigation of an air entraining hydraulic jump. PhD Thesis. University of Minnesota.

Wang, Y., Politano, M., Laughery, R., Weber, L. (2015). Model development in OpenFOAM to predict spillway jet regimes. *Journal of Applied Water Engineering and Research*. 1-15, doi.org/10.1080/23249676.2015.1025442

Witt, A., Gulliver, J. S., Shen, L. (2018). Numerical investigation of vorticity and bubble clustering in an air entraining hydraulic jump. *Computers and Fluids*. 172, 162-180. doi.org/10.1016/j.compfluid.2018.06.019

Wudritch, D., Shi, R., Chanson, H. (2022). Hydraulic jumps with low inflow Froude numbers: air–water surface patterns and transverse distributions of two-phase flow properties. *Environmental Fluid Mechanics*. 22, 789-818. doi.org/10.1007/s10652-022-09854-5

HOW TO CITE THIS ARTICLE

Oliveira de Andrade, F., Yudi Minoda Takenobu, M., & Marques, M. NUMERICAL INVESTIGATION OF TURBULENCE CHARACTERISTICS AND SELF-SIMILARITY IN A HIGHLY AERATED STABLE HYDRAULIC JUMP USING LARGE EDDY SIMULATION. *HOLOS*, 5(39). Recuperado de <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/16313>

SOBRE OS AUTORES

F. O. ANDRADE

Possui graduação em engenharia civil pela Universidade Federal do Paraná (1998), mestrado em engenharia civil e ambiental pela Universidade de Iowa, Estados Unidos (2000), doutorado em engenharia mecânica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2009) e doutorado em mecânica dos fluidos pela Universidade de Poitiers, França (2009). É professor do curso de engenharia civil e do curso de engenharia sanitária e ambiental da Universidade Tecnológica Federal do Paraná desde 2013, onde leciona as disciplinas de mecânica dos fluidos e transferência de calor, hidráulica e hidrologia. É professor no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental da Universidade Federal do Paraná desde 2012, onde leciona as disciplinas de mecânica dos fluidos ambiental I e II.

E-mail: fandrade@utfpr.edu.br

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4348-7966>

M. Y. M. TAKENOBU

Possui graduação em engenharia civil pela Universidade Federal do Paraná e atualmente é mestrando em engenharia de recursos hídricos pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental da Universidade Federal do Paraná (PPGERHA-UFPR). É engenheiro pesquisador do Instituto LACTEC.

E-mail: marcelo.takenobu@lactec.com.br

ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0008-9720-1373>



M. MARQUES

Possui graduação em engenharia civil pela Universidade estadual de Maringá e doutorado em engenharia de Recursos Hídricos pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental da Universidade Federal do Paraná (PPGERHA-UFPR). Atualmente é professor de Hidráulica e Mecânica dos Fluidos da Universidade Estadual de Maringá no Campus Umuarama.

E-mail: mmarques@uem.br

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5451-5323>

Editor: Francinaide de Lima Silva Nascimento

Ad Hoc Reviewer: Hemerson Pinheiro e Marco Antonio Jacomazzi



Submitted October 23, 2023

Accepted November 27, 2023

Published December 18, 2023