HOLOS
ISSN 1807 - 1600

MATEMÁTICA, ARTE E GEOGEBRA: FAZENDO ARTE COM A FUNÇÃO QUADRÁTICA E COM TECNOLOGIAS DIGITAIS

J. V. FARIAS[1], G. J. D. MARTINS[2], A. S. B. DOS SANTOS[3]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3411-3420[1]
vilani.farias@ifrn.edu.br[1]

Submetido 01/03/2021 - Aceito 09/04/2021

DOI: 10.15628/holos.2021.12092

RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar uma atividade envolvendo a Matemática e a Arte, caracterizada pela reprodução de obras de arte com o uso do software GeoGebra, com a aplicação dos conceitos da função quadrática e de sua representação gráfica. A utilização do GeoGebra mostrou-se com potencial para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, quer seja por tornar o processo mais dinâmico, interativo e participativo, quer seja por tornar alguns dos conceitos e resultados matemáticos possíveis de serem testados e experimentados na sala de aula. Esperamos que a atividade possa contribuir com os professores de Matemática no sentido de oferecer possibilidades de intervenção em suas salas de aula e com as discussões a respeito do ensino da Matemática numa perspectiva tanto interdisciplinar, por meio da relação entre Matemática e Arte, quanto intradisciplinar, quando se aborda a geometria e a álgebra em uma mesma atividade.

PALAVRAS-CHAVE: GeoGebra, Função quadrática, Matemática, Arte.

MATHEMATICS, ART AND GEOGEBRA: MAKING ART WITH QUADRATIC FUNCTION AND WITH DIGITAL TECHNOLOGIES

ABSTRACT

The purpose of this article is to present an activity, involving Mathematics and Art, characterized by the reproduction of artistic works using the concepts of a quadratic function and its graphical representation. For the construction of curves, parables, we resort to the use of GeoGebra. The use of this software proved to be potential to assist in the teaching process and learning, whether by making the process more dynamic, interactive and participatory, whether by making some of the possible mathematical concepts and results to be tested and tried in the classroom. We hope that the activity can contribute to the mathematics teachers in order to offer possibilities of intervention in their teaching practice and, also, contribute to discussions about teaching mathematics in an interdisciplinary perspective, through the relationship between Mathematics, Art and other disciplines, as well as intradisciplinary, when addressing arithmetic, geometry and algebra in the same activity.

KEYWORDS: GeoGebra, Quadratic function, Mathematics, Art.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo pretende apresentar uma atividade, que foi desenvolvida dentro do projeto *Matemática e Arte*, envolvendo a criação, produção ou reprodução, de obras artísticas utilizando o GeoGebra, um software livre e gratuito, caracterizado como um ambiente computacional de geometria dinâmica. Para essa atividade escolhemos algumas obras da artista brasileira Tarsila do Amaral. Para a reprodução das obras mobilizamos os conhecimentos relacionados aos conceitos da função quadrática, assunto importante no primeiro ano do Ensino Médio. Procuramos com essa atividade apresentar as relações entre a Matemática e a Arte e mostrar como elas podem ser trabalhadas a partir de uma visão tanto interdisciplinar quanto numa visão, como definida por Faria e Maltempi (2019), intradisciplinar.

Esse trabalho justifica-se pelas dificuldades, percebidas por nós e apresentadas por alunos e professores, na compreensão dos conceitos que envolve os conteúdos de Matemática do primeiro ano do Ensino Médio, principalmente aqueles referentes a funções e que demandam boa parte de todo o programa ministrado nesta série. Também se justifica pelo desejo de auxiliar futuros professores em relação a utilização da arte como um elemento motivador que pode contribuir para o ensino de matemática, apresentando atividades que possibilitem a compreensão dos conteúdos, nesse caso, de funções, nos seus aspectos matemáticos conceituais.

Este artigo está organizado da seguinte maneira: apresentaremos a fundamentação teórica que nos orientou nesse trabalho e que justifica sua aplicação em sala de aula; em seguida mostraremos as reproduções realizadas pelos alunos participantes do projeto e como os conhecimentos sobre função quadrática foram mobilizados para execução da atividade; e, por fim, discutiremos alguns possíveis resultados com a aplicação dessa atividade em sala de aula a partir dos resultados alcançados no projeto *Matemática e Arte*.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

É comum, na prática docente, vermos uma grande parte dos alunos afirmar que a Matemática é uma das disciplinas mais difíceis e na qual eles sentem mais dificuldades. Esse discurso, revelador de um sentimento para com a disciplina, pode estar relacionado aos aspectos afetivos negativos que envolvem a relação do aluno com a disciplina e com o professor. Esses aspectos negativos, algumas vezes relacionados com o histórico de notas baixas, contribuem para alimentar a crença, no aluno, de uma Matemática muito difícil ou uma crença na sua incapacidade de aprender essa disciplina, o que pode, em alguma medida, ser um fator contribuinte para o fracasso escolar do aluno.

Quando se fala em sucesso ou fracasso escolar, principalmente nesse último, e na melhoria da qualidade do ensino, se reporta, quase que numa relação causa e efeito, a formação do professor. Algumas pesquisas apontam a formação docente como elemento central desse processo, porém não há um consenso em relação aos saberes docentes necessários que deve ter o professor de Matemática para atuar com qualidade na sala de aula. Para uns, a formação do professor é insuficiente em termos de conteúdo específico da disciplina; para outros falta uma formação didático-pedagógica. De acordo com Shulman (2005, p. 5), é necessária uma formação que contemple outros saberes como "os fundamentos filosóficos e históricos", além do conteúdo específico; Moreira et. al. (2012, p. 12) vai ao encontro dessa concepção e defende que a preparação do professor "precisa mobilizar, em tese, diferentes tipos de conhecimentos [...] em diferentes campos do saber", como os conhecimentos de didática, de sociologia, de filosofia, de psicologia, etc.

Entram no âmbito dessa discussão aspectos relacionados à metodologia aplicada em sala de aula, que pode ou não favorecer o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, da mesma forma que pode ou não favorecer o aluno em direção ao sucesso escolar. Contribuir com esse processo de ensinar e aprender, nessa disciplina, sempre foi o combustível para investigações acerca de novas metodologias. Encontramos pesquisas que apontam diferentes recursos didático-metodológicos no intuito de contribuir para a melhoria no ensino de Matemática: a História (Mendes, 2001), a Modelagem (Caldeira, 2011), a Arte (Filho, 2013), a Etnomatemática (D'Ambrósio, 2018), as novas tecnologias (Borba, 2018), os jogos (Grando, 1995), a resolução de problemas, etc.

Alguns autores defendem a importância de considerar, dentro do processo de ensino e aprendizagem, a influência dos aspectos afetivos envolvidos na relação do aluno com: o objeto de conhecimento, o professor e os colegas. Em relação a afetividade no ensino, Tassoni e Santos (2013) fizeram um levantamento de pesquisas que tratam do tema mostrando que a afetividade vem ganhando destaque quando se pensa em educação. No ensino de Matemática, Chacón (2003) discute os aspectos afetivos e seu papel essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, Mendonça e Ferreira (2013, p.92) defendem a importância da utilização do laboratório de Matemática como um espaço que proporciona uma relação positiva entre alunos, professores e o conteúdo, além de possibilitar "uma dinamização do ensino-aprendizagem por meio de um modo prazeroso, dinâmico e mais eficaz", contribuindo com o desenvolvimento do aluno no que diz respeito as práticas de autonomia e criatividade. É nosso intento, ao aliar Matemática e Arte, tornar o processo de ensino e aprendizagem estimulante e, dessa forma, abrir possibilidades para que os envolvidos nesse processo construam seu próprio conhecimento.

Neste trabalho, recorrendo a uma atividade que pode ser considerada lúdica, buscamos contemplar esses aspectos: a afetividade – na relação do aluno com o objeto de conhecimento, mediada pelo professor –, o desenvolvimento da autonomia e criatividade, a ludicidade e o dinamismo, o protagonismo do aluno, etc. Deve-se ter especial atenção para a ludicidade, pois, para melhor compreender os fenômenos internos à disciplina, a ludicidade não nos autoriza a abandonar o rigor da linguagem da Matemática acadêmica. Propomos, para alcançar esses objetivos, a utilização do laboratório de informática e de matemática como espaço proporcionador dessa atividade.

A atividade que será apresentada neste artigo tem por objetivo, dentro de uma abordagem interna à Matemática, ou seja, sem a preocupação da aplicabilidade e de contextos externos à escola, a construção e compreensão dos conceitos que envolvem a função quadrática. Com essa atividade, pretendemos desenvolver no aluno a habilidade de identificar aspectos relativos a essa função, tanto por meio da lei de correspondência quanto por meio do gráfico que a representa. Foi nossa intensão contribuir para facilitar a internalização dos conceitos relativos ao comportamento da função em relação aos coeficientes a, b e c na representação algébrica dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, bem como na construção gráfica da representação dessas funções a partir do software GeoGebra. Buscamos, por meio do software, uma maneira de estimular no aluno a criatividade, a autonomia, a criticidade e a experimentação, que, sendo uma forma de alcançar o conhecimento matemático, é também tão cara à ciência e ao desenvolvimento da própria Matemática.

Ainda sobre o uso do GeoGebra no ensino de funções, Feitoza, Medeiros, Medeiros, Medeiros e Lourenço (2020) afirmam ser uma “opção de ferramenta tecnológica capaz de tornar a aula de matemática mais atrativa, dinâmica, interativa, assíncrona, e capaz de atender de maneira eficiente a heterogeneidade presente na maioria das salas de aula” (Feitoza, Medeiros, Medeiros, Medeiros & Lourenço, 2020, p.19).

2.1. As relações entre Matemática e Arte

Se pensar o conceito de Arte pode nos causar embaraço, pensar o conceito de Matemática também não é tarefa fácil. A filosofia debruça-se sobre ambos. Em relação a Arte, várias foram as concepções ao longo da história em diferentes contextos. Jean Lacoste, em sua obra A Filosofia da Arte, apresenta alguns personagens e por meio deles mostra como a Arte esteve ligada a elementos igualmente complexos como: a verdade, o belo, o justo, o gosto, o bem, o prazer, etc.: “A pintura define-se, pois, por seu distanciamento do real e do verdadeiro” (Lacoste, 1986, p.12), e “As belas artes por outro lado, são ‘filhas do gênio’; tem a natureza por modelo, o gosto por mestre, o prazer por objetivo” (Lacoste, 1986, p.8). É claro que na Filosofia, o gosto, o belo, a verdade, são conceitos que vão ser amplamente discutidos, assim como a própria concepção de Arte. A Matemática também foi tema filosófico, presente no pensamento de Platão, Aristóteles, Kant, Descartes, etc.

A relação entre Matemática e Arte não é algo recente, na verdade sempre estiveram juntas e por isso guardam concepções filosóficas semelhantes. No ensino, também podemos ver o quanto essa relação é antiga. Filho (2013, p.114) escreve em seu livro que no primeiro curso de Artes no Brasil, criado em 1572, figurava na sua grade curricular disciplinas como: matemática e lógica.

As relações entre a Matemática e a Arte são um tema repleto de discussões e pesquisas, principalmente por alguns educadores que desenvolveram ou que desenvolvem trabalhos que aproximam as duas áreas do conhecimento. Um exemplo é um projeto citado por Nunes (2016), que desenvolve e analisa obras de arte com os alunos a partir das formas das figuras geométricas planas. A proposta do projeto de Nunes é trabalhar a matemática de maneira mais significativa e integrada. Também esclarece as possíveis relações que podem ser trabalhadas com estas duas disciplinas, alegando que elas sempre andaram juntas, aliando razão e sensibilidade.

Outros autores apontam diferentes maneiras de pensar a relação entre Matemática e Arte. Para Flores (2016), a arte induz o pensamento matemático por meio de conceitos como proporção, paralelismo e simetria, que são empregados em diversas obras artísticas. Estes empregos são importantes na medida em que as imagens são tomadas como objetos capazes de proporcionar o ensino de conceitos matemáticos e de desenvolver habilidades visuais, tanto nos aspectos matemáticos, quanto nos aspectos artísticos. Encontramos outros modos de pensar a relação Matemática e a Arte no artigo de Vilela e Dorta (2010), que analisa a questão da lógica matemática por meio da obra de Lewis Carroll: Alice no país das Maravilhas.

Nesse sentido, também propomos com essa atividade, que os professores possam: ampliar os conhecimentos dos alunos em relação à Arte (movimentos artísticos, artistas que o representam, suas principais obras, instrumentos e técnicas utilizadas na produção); oferecer uma forma de produzir arte utilizando outras ferramentas, como o software GeoGebra, e outras técnicas, como os conceitos matemáticos de funções. Por fim esperamos auxiliar futuros professores em relação a utilização da arte como um elemento que pode contribuir para o ensino de matemática.

3. METODOLOGIA

O Projeto Matemática e Arte foi desenvolvido no período de agosto de 2019 a julho de 2020 no âmbito do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), como Projeto de Pesquisa dentro do Programa Interinstitucional de Bolsas de Iniciação Científica para o Ensino Médio (PIBIC-EM/CNPq). As atividades do Projeto eram realizadas em encontros semanais, no turno inverso (matutino) ao que os alunos estudavam (vespertino). Nossa equipe era composta de três professores, dois de Matemática e um de Arte, e seis alunos do 2º ano do Ensino Médio. Desses seis alunos, somente três deles participaram das atividades apresentadas nesse artigo, isto é, na reprodução das obras de arte.

O projeto tinha com alguns dos seus objetivos: produzir arte, utilizando o software GeoGebra e os conceitos matemáticos de funções; contribuir com os professores no sentido de propor uma atividade contemplando a utilização da arte como um recurso metodológico para o ensino de Matemática. Apresentaremos nesse trabalho alguns resultados em relação à produção de arte utilizando o software GeoGebra e os conceitos de função quadrática, esperando contribuir, de alguma forma, com a formação docente.

Inspirados no referencial teórico intentamos reproduzir obras artísticas utilizando o software GeoGebra e os conceitos matemáticos envolvendo as funções, especificamente a função quadrática. Esses conceitos matemáticos nos ajudaram a produzir nossa arte, na construção das reproduções artísticas. Destacamos o caráter instrumental do software GeoGebra e dos conceitos matemáticos, como diz Farias (2019), “como se fossem nossa ‘agulha’ e nossa ‘linha’ e do software como se fosse nosso ‘tecido’ lugar em que vamos ‘bordar’ nossa arte” (Farias, 2019, p.1). Da mesma forma que os artistas utilizam seus instrumentos: pincel, tela, tintas, agulhas, tecidos, etc., e seus saberes, inclusive matemáticos, assim nós produzimos a nossa arte a partir de nossos conhecimentos de funções e dos nossos instrumentos tecnológicos. Optamos pelo GeoGebra, na

HOLOS
ISSN 1807 - 1600

reprodução da arte, por ser um software gratuito e, portanto, mais fácil de ser utilizado na sala de aula pelos professores de Matemática.

A seguir apresentaremos o desenvolvimento da atividade.

3.1. Desenvolvimento da atividade

Após estudar alguns movimentos artísticos e seus artistas, escolhemos as obras de Tarsila do Amaral. Ela foi uma das mais importantes artistas do modernismo brasileiro, responsável por inaugurar, ao lado do escritor Oswald de Andrade, o movimento antropofágico. Os adeptos desse movimento, segundo Aidar (2019), tiveram o intuito de se afastar dos temas abordados pelos artistas europeus, empenhando-se, por outro lado, em produzir uma estética tipicamente brasileira. Fizeram uso do conceito “antropófago”, que, em Tupi, significa homem que se alimenta de carne humana, como uma metáfora de deglutição, em relação ao ato de comer a cultura estrangeira e transbordar a nova cultura.

Apresentaremos, neste artigo, a atividade de reprodução das obras: *A Negra* e *Antropofagia*, inspirado no quadro *Abaporu*, também produzido por Tarsila do Amaral. Escolhemos as duas obras citadas acima levando em consideração a importância do movimento a que pertencem para a valorização de uma arte que trabalha, principalmente, os aspectos da estética brasileira, distanciando-se das abordagens europeias, e que, sobretudo, reforça a nossa identidade cultural. Embora, cronologicamente, *A Negra* não faça parte da fase antropofágica de Tarsila, essa obra é considerada precursora daquela que foi conhecida como a segunda fase artística da pintora.

3.1.1. Obra: A Negra

Tarsila do Amaral pintou essa obra no ano de 1923, numa fase conhecida como fase Pau-Brasil. *A Negra* é considerada uma pintura precursora da segunda fase da obra da artista, a fase antropofágica (ver Figura 1). Para reproduzir esta obra utilizando o GeoGebra, foram empregadas 111 representações gráficas (parábolas) da função quadrática destacadas na cor cinza. O contorno da figura foi definido por intervalos dessas funções e suas cores tentam seguir o padrão original da obra de arte, conforme a Figura 2. Omitimos a representação da malha e dos eixos, bem como a janela de álgebra e os ícones da barra de ferramenta do *software*.

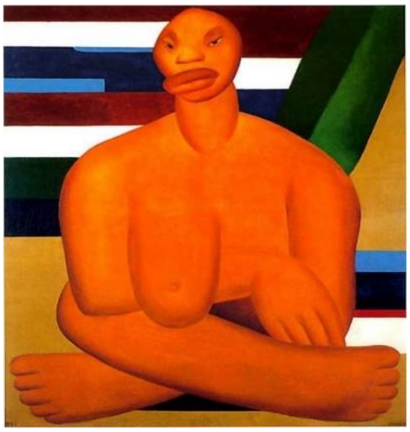

Figura 1: Obra *A Negra* de Tarsila do Amaral

Figura 2: Reprodução da obra *A Negra*

3.1.2. Obra: Antropofagia

Obra criada em 1929, faz parte de uma das pinturas antropofágicas, que integram o acervo da artista, (Figura 3). Para sua reprodução foram utilizadas 189 representações gráficas (parábolas) da função quadrática destacadas na cor cinza. O contorno da figura foi definido por intervalos dessas funções e suas cores tentam seguir o padrão original da obra de arte, conforme a Figura 4.

Figura 3: Obra *Antropofagia* de Tarsila do Amaral

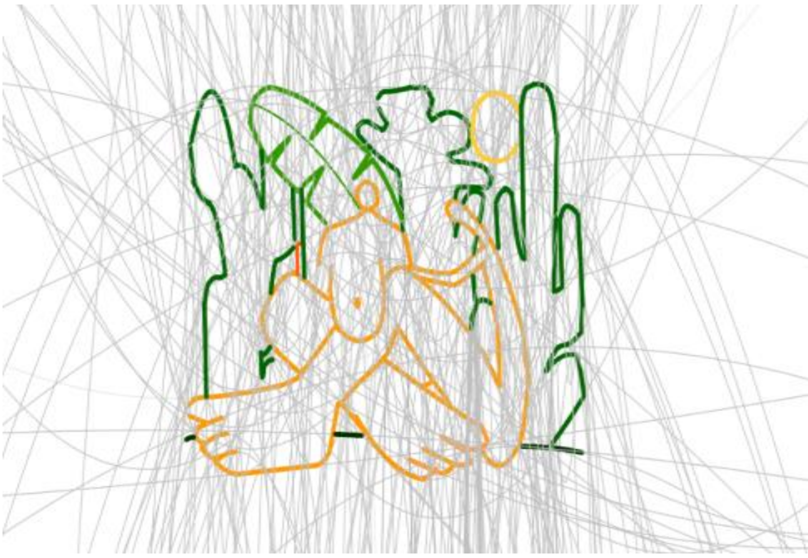

Figura 4: reprodução da obra *Antropofagia* de Tarsila do Amaral.

O tempo destinado à reprodução de cada uma dessas obras, *Antropofagia* e *A negra,* foi em média doze (12) horas. A atividade ocorreu durante os encontros semanais. Utilizamos como espaço o laboratório de Matemática e o Laboratório de informática. Com o agravamento da pandemia em 2020 e a suspensão das atividades escolares, os alunos passaram a desenvolver as atividades em suas casas. Ao todo os alunos reproduziram 18 obras de Tarsila do Amaral.

3.2. Nos bastidores da atividade

HOLOS
ISSN 1807 - 1600

Para o desenvolvimento da atividade não é necessário ter um bom domínio do *software*, basta que o professor apresente, previamente, alguns comandos básicos – como utilizar a barra de ferramenta, a utilidade do botão direito do mouse, a janela de álgebra e alguns operadores matemáticos e suas atribuições – e aquelas específicas para essa atividade como a utilização do campo de entrada e como escrever seus comandos.

Em relação ao conteúdo da função quadrática, se faz necessário que o professor discuta, previamente com seus alunos, os seus conceitos básicos: a curva definida pela lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$; o papel dos coeficientes na configuração da curva; pontos importantes da parábola, como o vértice (ponto de máximo ou de mínimo) e os pontos que interceptam os eixos; e o eixo de simetria da parábola. A finalidade da atividade é principalmente a internalização e o aprofundamento desses conceitos.

A atividade consiste em contornar as figuras, as obras de arte, utilizando os gráficos que representam a função quadrática (doravante chamaremos de parábola). Inicialmente, colocamos as figuras, que queríamos reproduzir, como planos de fundo na janela de visualização do GeoGebra e marcamos pontos em seu contorno, para termos noção dos lugares em que deveríamos posicionar as parábolas. Escolhemos pontos convenientes a fim de determinarmos primeiramente os vértices das parábolas e em seguida escolhemos outros pontos por onde essas curvas devem passar. Ou seja, fazemos modificações na curva para que ocorra o ajuste entre o desenho e a parábola. Todas as alterações na representação gráfica da função são realizadas a partir da função definida algebricamente por $f(x) = x^2$. Para fazermos os contornos seguimos quatro passos básicos:

Passo 1: deslocamento horizontal. Se quisermos atingir um ponto $P = (x_0, 0)$, sobre o eixo *x*, podemos deslocar a parábola, definida algebricamente por $f(x) = x^2$, horizontalmente, para isso basta que façamos $g(x) = (x - x_0)^2$.

Passo 2: deslocamento vertical. Se quisermos atingir um ponto $P = (0, y_0)$, sobre o eixo y, podemos deslocar a parábola verticalmente, para isso basta fazer $g(x) = (x)^2 + y_0$.

Nos casos em que o ponto $P = (x_0, y_0)$ não pertença aos eixos, para que possamos atingi-lo, devemos combinar movimentos, deslocamentos, verticais e horizontais, tomando a função $g(x) = (x - x_o)^2 + y_0$.

Passo 3: alteração na concavidade (para cima ou para baixo): nos casos previstos no passo 1, basta acrescentar o sinal negativo fazendo $g(x) = -(x - x_0)^2$e para o passo 2, seguimos o mesmo procedimento tomando $g(x) = -(x)^2 + y_0$. De modo geral, veja que necessitamos fazer $g(x) = -(x - x_o)^2 + y_0$, para atingir um ponto em qualquer localização na malha, conforme a Figura 5 a seguir.

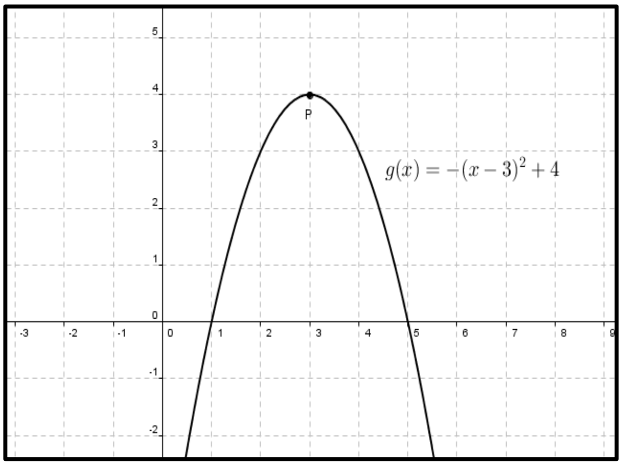

Figura 5: Gráfico que representa a função quadrática cuja parábola passa pelo ponto $P = (3, 4)$.

Passo 4: mudança na abertura da concavidade para tornar a parábola mais côncava ou mais convexa. Para ampliar ou diminuir a abertura da parábola, diminuímos ou aumentamos os valores (absolutos) do coeficiente ***a***. Isto é, modificamos o valor do módulo do coeficiente ***a***. Nesse sentido, para fazer coincidir a representação gráfica da função com os pontos $A = (0{,}0)$ e $P = (x_1, y_1)$ tomamos a seguinte definição algébrica da função: $g(x) = \frac{y_1}{f(x_1)}x^2$, dessa forma alteramos o coeficiente ***a*** e consequentemente a abertura da parábola para fazê-la coincidir com o ponto P.

Nos casos em que temos dois pontos quaisquer $A = (x_0, y_0)$ e $B = (x_1, y_1)$, teremos de forma geral a função definida por $g(x) = \frac{|y_1 - y_0|}{f(x_1 - x_0)}(x - x_0)^2 + y_0$ com o vértice da função sobre o ponto A.

Para exemplificar, tomemos os pontos A e B cujas coordenadas são $A = (3{,}4)$ e $B = (7{,}2)$ e faremos passar por eles uma representação gráfica da função quadrática (parábola). Tomando como base a função definida por $f(x) = x^2$ (Figura 6), faremos inicialmente um deslocamento horizontal, de modo que o vértice da parábola passe pelo ponto $A = (3{,}4)$.

HOLOS ISSN 1807 - 1600

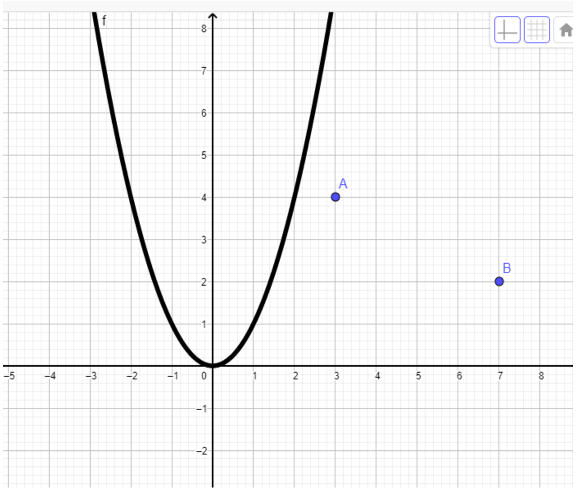

Figura 6: Gráfico que representa a função quadrática $f(x) = x^2$cuja parábola passa pelo ponto $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$.

A Figura 7 mostra o deslocamento horizontal, quando, a partir da $f(x) = x^2$ fazemos alterações tomando a lei de formação $g(x) = (x - 3)^2$, deslocando horizontalmente 3 unidades no sentido positivo do eixo x.

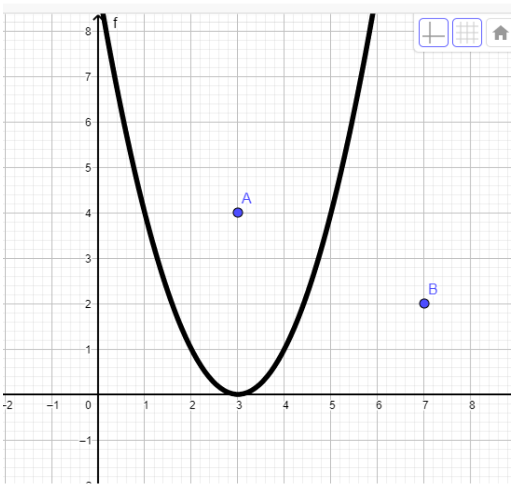

Figura 7: Gráfico que representa a função $g(x) = (x - 3)^2$.

Precisamos, agora, deslocar verticalmente a parábola de quatro unidades no sentido positivo do eixo y. Para realizar esse deslocamento tomaremos a função definida algebricamente por: $g(x) = (x - 3)^2 + 4$. Conforme mostra a Figura 8, o vértice da parábola já coincide com o ponto $A = (3{,}4)$.

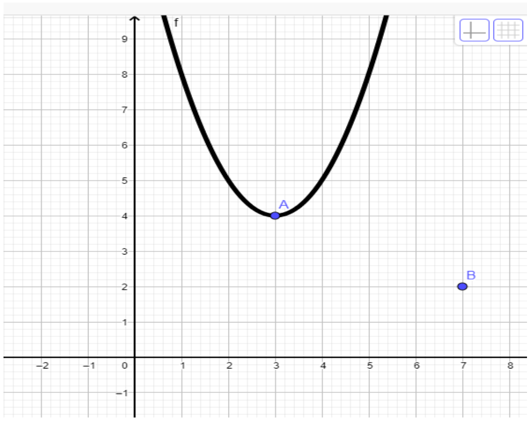

Figura 8: Gráfico que representa a função $\boldsymbol{g(x) = (x-3)^2 + 4}$.

Para atingir o ponto B precisamos, inicialmente, alterar a concavidade da função e para isso acrescentaremos o sinal negativo na lei de correspondência $g(x) = (x-3)^2 + 4$ fazendo o coeficiente ***a*** ficar negativo. Então teremos $g(x) = -(x-3)^2 + 4$ que podemos ver na Figura 9.

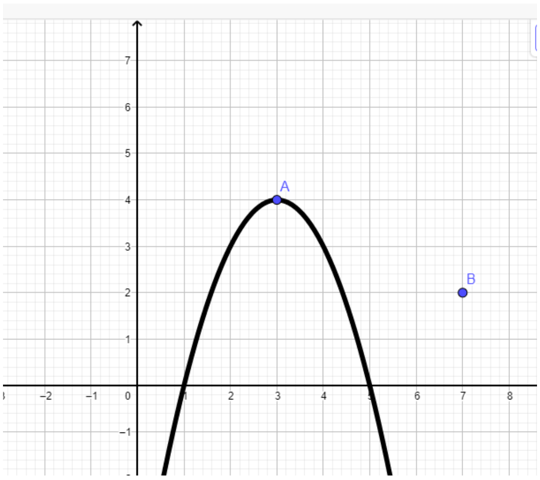

Figura 9: Gráfico que representa a função $\boldsymbol{g(x) = -(x-3)^2 + 4}$.

Por fim faremos alterações no valor do módulo do coeficiente ***a***, seguindo a regra de definição da lei de correspondência: $g(x) = \frac{|y_1 - y_0|}{f(x_1 - x_0)}(x - x_0)^2 + y_0$. Nesse caso teremos a função quadrática assim definida algebricamente $g(x) = -\frac{2}{16}(x-3)^2 + 4$, conforme podemos ver na Figura 10.

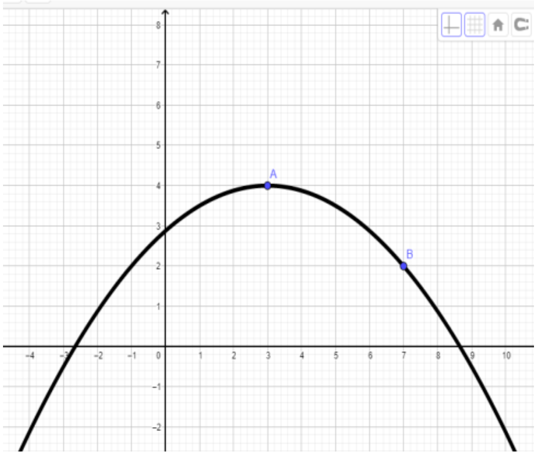

Figura 10: Gráfico que representa a função $g(x) = -\frac{2}{16}(x-3)^2 + 4$, passando por $A = (3,4)$ e $B = (7,2)$

Após a realização desses quatro passos, quando as parábolas já estavam ajustadas ao desenho, passando pelos pontos definidos, trabalhamos com os intervalos da função quadrática, para darmos destaque somente ao intervalo da função que contornava a obra de arte. Os demais procedimentos consistiram em: modificar a espessura e a cor da parábola, escolhemos a cor cinza por ser menos nítida; modificar a espessura e a cor dos intervalos, escolhemos as cores de acordo com aquelas próximas as originais das obras de Tarsila do Amaral, conforme pode ser visto nas Figuras 2 e 4.

Para o desenvolvimento da atividade que chamamos de “atividade dos bastidores” foi suficiente um encontro com duração de quatro horas (das 8h às 12h). “Os bastidores” consistiu em: mostrar os comandos do GeoGebra, necessários a execução da atividade, fazer uma revisão dos conceitos envolvendo a função quadrática e apresentar como “mover”, modificar, a curva da função para fazê-la coincidir com a figura que se deseja formar, conforme os passos apresentados anteriormente. Todas essas três atividades eram realizadas simultaneamente, ou seja, apresentamos os comandos do *software* aplicando na construção e modificação da curva da função à medida que discutíamos os conceitos envolvendo a função quadrática.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Embora essa atividade não tenha sido desenvolvida em uma sala de aula, isto é, dentro de uma aula de matemática, nem foi desenvolvida com um grupo significativo de alunos, mas dentro de um projeto de pesquisa e com poucos alunos, procuramos deixar como sugestão uma atividade que pode ser trabalhada em sala de aula, numa perspectiva interdisciplinar, relacionando Matemática e Arte. Acreditamos na potencialidade da atividade pelos resultados obtidos, pois no seu desenvolvimento presenciamos um grande envolvimento dos alunos, empolgação e entusiasmo ao verem o que podiam construir com os conhecimentos matemáticos adquiridos. Sentimentos de superação, de encantamento com a matemática e consigo mesmos. Algo que trouxe estímulo e satisfação tanto para os alunos quanto para nós professores ao ver como eles tomaram posse dos conceitos vistos em sala de aula e suas possibilidades de aplicação utilizando ferramentas computacionais. Podemos perceber isso na fala dos alunos:

Aluno A: *satisfação por ter feito arte com matemática e por ter entendido e fixado os conhecimentos acerca dos conceitos envolvendo as funções utilizadas nas reproduções foi o principal sentimento proporcionado pelas atividades do projeto Matemática e Arte.*

Aluno B: *com certeza ao lembrar do conteúdo de funções, vem na cabeça o projeto, pois bastante tempo foi dedicado a produção de cada obra e o aprendizado do manuseio de cada função no software GeoGebra, mas todo o tempo gasto com as obras eram recompensados ao final de cada uma ao ver que foi reproduzidas obras de artes usando apenas matemática, foi uma grande satisfação participar desse projeto.*

A atividade foi elaborada levando em consideração os seguintes aspectos: interatividade, participação, ludicidade, construção e internalização de conceitos matemáticos. Atividade que, contemplando o conteúdo de função quadrática, acreditamos que pode ajudar os alunos na compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos, bem como desenvolver habilidades na utilização das ferramentas do software GeoGebra. Ao estabelecer relações interdisciplinares entre Arte e Matemática, cremos na potencialidade, para o processo de ensino e aprendizagem, das atividades que reúnem estas duas áreas do conhecimento.

Ademais, não apenas analisamos a importância de um ensino interdisciplinar, mas, igualmente, enxergamos as prerrogativas de uma abordagem intradisciplinar proporcionada pelo GeoGebra, à medida em que lida com as representações aritmética, algébrica e geométrica. Observamos que a união dessas três ramificações da Matemática facilita o entendimento do conteúdo aplicado, pois contextualiza as situações de aprendizagem dos alunos, fazendo-os “identificar harmonia, coerência e beleza nos padrões matemáticos” (Faria & Maltempi, 2019, p. 353).

A atividade proposta, dentro das possibilidades e concepções de cada professor, pode ser pensada, metodologicamente, como um jogo; como um problema a ser resolvido; como uma situação a ser modelada; pode empregar narrativas para criar histórias que sustentem ludicamente a atividade. Enfim, de acordo com o que pensa cada docente e com o que tem disponível, a atividade pode ser adaptada e reformulada para satisfazer as necessidades pedagógicas de sala de aula.

Essa atividade também procura estimular o uso de laboratórios de Matemática e, nesse sentido, Mendonça e Ferreira (2013) fala da importância de um laboratório de Matemática na escola como um espaço à construção do conhecimento de forma dinâmica, interativa, prazerosa e eficaz, e que favoreça uma maior interação entre professor e aluno. No entanto, para as escolas que não tem laboratório de Matemática, mas que tem a possibilidade de trabalhar com computadores, o GeoGebra pode se configurar como um laboratório virtual, pois segundo Lacerda (2018) “o software GeoGebra é uma ferramenta de apoio ao conhecimento matemático, pois reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo” (Lacerda, 2018, p.30). Ainda é possível que os alunos utilizem a versão do GeoGebra para celular, podendo assim, desenvolver, se não essa, outras atividades, mesmo quando a escola não tem computadores disponíveis.

A importância do uso das tecnologias e de softwares como GeoGebra no ensino de Matemática é defendido por Lacerda (2018) que afirma que "O uso da informática em educação, em particular, na educação Matemática, significa explorar uma atividade mais ativa e dinâmica proporcionada pelo uso das tecnologias digitais" (Lacerda, 2018, p.30). Em relação ao GeoGebra, o autor comenta sobre suas potencialidades na "compreensão de conceitos matemáticos [...]" e afirma que o software se configura como um recurso capaz de favorecer e aperfeiçoar a interação entre os alunos.

Outro resultado importante para os alunos foi a experiência de pesquisar artistas e suas obras de arte numa perspectiva de relacionar conhecimentos artísticos e matemáticos. Nesse sentido, pesquisaram obras de autores como Leonardo Da Vinci, que utilizou conceitos matemáticos de simetria, profundidade e proporcionalidade, além de outros artistas mais contemporâneos que utilizam formas geométricas para construir suas obras, como Piet Mondrian e Kandinsky. Leram sobre movimentos artísticos como o Renascimento, cuja presença da matemática em suas obras é notória. Verificaram o mesmo fenômeno, do uso da matemática, também no Cubismo, a partir da geometrização das formas representadas nos quadros. Pesquisaram sobre as diferentes formas de Arte: a pintura, a escultura, o crochê, o bordado, a xilogravura etc. para interpretar que aspectos matemáticos podem ser identificados nessas práticas artísticas, inclusive de artistas locais no contexto da cidade onde moram. A pesquisa contemplou ainda o estudo de obras que utilizam ferramentas tecnológicas para sua confecção, como as obras do artista iraniano Hamid Nadieri.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conhecer o processo de desenvolvimento da Arte, inclusive o histórico, é importante para entender as conexões entre a Matemática e a Arte, assim como é relevante compreender as suas contribuições para o ensino da matemática, haja vista que, se não é possível dissociar razão e sensibilidade no processo de construção de uma obra artística, o mesmo pode ser entendido sobre o processo de construção do conhecimento matemático.

É importante considerar os aspectos cognitivos e afetivos no desenvolvimento de metodologias para um ensino mais estimulante dos conceitos matemáticos. Segundo Alro e Skovsmose (2010, p. 106) "aspectos emocionais constituem parte essencial do processo de aprendizagem [...]". Afetividade e cognição implicam, também, em estabelecer vínculos com o contexto do aluno. Nessa perspectiva, concordamos que a Arte induz o pensamento matemático através de ideias presentes no cotidiano dos alunos, como simetria, paralelismo, perpendicularismo e proporcionalidade.

Ao contemplar a Arte no ensino da Matemática podemos contribuir com o desenvolvimento dos alunos nas suas habilidades visuais e matemáticas, segundo Flores (2016), "na busca por uma educação mais significativa e contextualizada, toma-se a arte/imagem como um objeto capaz de proporcionar um ensino de conceitos matemáticos [...]" (Flores, 2016, p.504). Nesse aspecto, destacamos o uso do software GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que esse recurso nos permite uma visualidade das ações e, portanto, um exercício analítico dos aspectos matemáticos estudados. Por meio dessa metodologia, utilizando novas tecnologias, concluímos que o "uso do GeoGebra permite experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, explorar, argumentar e deduzir propriedades matemáticas" (Faria & Maltempi, 2019, p. 35). Também nos permite desenvolver um trabalho intradisciplinar ao possibilitar atividades envolvendo, concomitantemente, aritmética, álgebra e geometria.

Os recursos oferecidos pelo GeoGebra podem favorecer uma melhor compreensão do conteúdo da função quadrática,

> Por isso, acreditamos que no processo de aprendizagem o GeoGebra atua favorecendo uma abordagem mais conceitual e analítica da Matemática o que, por sua vez, corrobora para uma aprendizagem pautada no desenvolvimento de processos de argumentação e validação em Matemática. (Oliveira, Guimarães & Andrade; 2012, p. 268-269).

Foi com intuito de aliar as duas disciplinas que surgiu a ideia da elaboração de atividades utilizando os conceitos da função quadrática e o uso do software GeoGebra. A ênfase que demos ao conteúdo de funções, justifica-se pelo fato de que esse assunto domina grande parte do currículo de matemática do primeiro ano do Ensino Médio, bem como está também presente em outras disciplinas como a Física e a Química.

Consideramos que trabalhos dessa natureza podem contribuir, de alguma forma, com a prática docente e a área da Educação Matemática. Esperamos que esse trabalho possa ser útil aos professores que ensinam matemática, seja pela utilização dessa atividade em sala de aula, seja por inspirar nos professores ideias com trabalho interdisciplinar. É nosso desejo poder auxiliar professores de Matemática no sentido de pensar atividades utilizando diversos enfoques metodológicos e várias ferramentas como o GeoGebra.

6. REFERÊNCIAS

Aidar, L. (2019). Tarsila do Amaral. Recuperado em 5 dezembro, 2007, de: https://www.todamateria.com.br/o-modernismo/

Alro, H., Skovsmose, O. (2010). Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M. de C, Silva, R. S. R., & Gadanidis, G.(2018). Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

Caldeira, A. D, Meyer, J. F. da C de A., & Malheiros, A. P. dos S.(2011) Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

Chacón, I. M. G. (2003). Matemática Emocional: os afetos na aprendizagem Matemática. Porto Alegre: Artmed.

D'Ambrósio, U. (2018). Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. 5ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Faria, R. W. S. C., & Maltempi, M. V. (2019, April). Intradisciplinaridade matemática com GeoGebra na Matemática Escolar. Bolema, Rio Claro v. 33, n. 63 p.348-367. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a17.

Farias J. V. (2019). Projeto de extensão "Matemática e Arte". Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN).

Feitoza W. G., Medeiros E. J. R., Medeiros S. R. R., Medeiros JR R. N., Lourenço E. G. (2020). GeoGebra: Recurso Visual e Cinestésico no Ensino de Funções. Holos.36(5), 1-23.

Flores, C. R. (2016, August). Descaminhos: potencialidades da Arte com a Educação Matemática. Bolema, Rio Claro, v. 30, n. 55, p. 502-514.

Grando, M R. (1995). O Jogo e suas possibilidades metodológicas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Capina.

Lacerda, A. (2018). O diálogo e o GeoGebra na educação básica: implicações para os jovens futuros professores e sua formação. Revista do Instituto GeoGebra. São Paulo, v. 7, n. 2, p. 29-44.

Lacoste, J. (1986). A Filosofia da arte. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.

Mendes, I. A. (2001). O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA.

Mendonça, S. R. P de, & Ferreira, J. P. (2013). Clementino. O laboratório de Matemática nas turmas de PROEJA: confecção e utilização de jogos. In: Mendoça, S. R. P de, Nóbrega, C. M. P. de S, & Rocha, R. de C. O PROEJA no IFRN: Refletindo sobre o fazer pedagógico. Santa Cruz: editora do IFRN, p. 91 – 105.

Moreira, P C; et al. (2012) Quem quer ser professor de matemática? Zeteyiké, Campinas, v. 20, n. 37, jan./jun. p. 11-34.

Nunes, K. R. (2019). Estela e o projeto fazendo arte com a Matemática. Boletim Gepem, 81-91.

Oliveira, I. L., Guimarães, S. U., & Andrade, J. A. (2012). As potencialidades do GeoGebra em processos de investigação. 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra. ISSN 2237-9657, pp. CCLXV-CCLXXIX.

Shulman, L. S. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado. v.9, 2, p. 1-30, 2005. Retirado me 05 de agosto de 2013 de:http://www.ugr.es/~recfpro/?p=235

Tassoni, E. C. M., & Santos, A. N. (2013) Mendes dos. Afetividade, ensino e aprendizagem: um estudo no GT20 da ANPED. Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional, SP. Vol. 17, n. 1, pg. 65-73, jan/jun.

Vilela, D. S., Dorta, D. (2010) O que é "desenvolver o raciocínio lógico"? Considerações a partir do livro Alice no país das maravilhas. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, v. 91, n, 229, p. 634 - 651, set./dez.

Zaleski, D., Filho (2013). Matemática e Arte. Belo Horizonte: Autêntica.

COMO CITAR ESTE ARTIGO:

Farias, J. V., Martins, G. J. D., Santos, A. S. B. dos (2021). Matemática, arte e geogebra: fazendo arte com a função quadrática e com tecnologias digitais. *Holos*. 37(4), 1-19.

SOBRE OS AUTORES J. V. FARIAS, G. J. D. MARTINS, A. S. B. DOS SANTOS

J. V. FARIAS
Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2007), mestrado em Matemática pela Universidade Federal Rural do Semiárido (2013), doutorado em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (2017). Atualmente, é professor do Curso de Licenciatura em Educação do Campo, ministrando disciplinas como Metodologia do Ensino de Matemática, Etnomatemática e Modelagem e desenvolvendo pesquisas na área de Educação Matemática com ênfase na Sociologia da Educação. E-mail: vilani.farias@ifrn.edu.br
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3411-3420

G. J. D. MARTINS
Possui licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (2009), mestrado em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (2015). Atualmente, é professora do Curso de Licenciatura em Educação do Campo, ministrando disciplinas como Funções, Estágio Supervisionado III, Laboratório de Matemática e Geometria Espacial. E-mail: gizele.martins@ifrn.edu.br
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7789-3551

A. S. B. DOS SANTOS
Aluno do Curso Técnico de Nível Médio em Informática na forma integrada e membro do projeto de pesquisa Matemática e Arte. E-mail: bernardo.silva@academico.ifrn.edu.br
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3995-7315

HOLOS
ISSN 1807 - 1600

Editor(a) Responsável: Francinaide de Lima Silva Nascimento

Pareceristas *Ad Hoc*: DÊNIS EMANUEL DA COSTA VARGAS E VIVIANE DAL MOLIN DE SOUZA