

INSTITUTO FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
DIRETORIA ACADÊMICA DE CIÊNCIAS
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DE UM SIMULADOR EM HTML PARA ENSINO DE COLISÕES MECÂNICAS

André Ferreira da Fonseca

Orientador: **Prof. Dr. Tibério Magno de Lima Alves**

Produto Educacional apresentado em Dissertação de Mestrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), no curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Natal
2019

Sumário

1	Apresentação	3
2	O produto educacional	4
2.1	O simulador de colisões mecânicas	4
A	Roteiro para aplicação do simulador	10
A.1	Apresentação	10
A.2	Simulações	10
A.2.1	Simulação 1 - Colisão elástica unidimensional	11
A.2.2	Simulação 2 - Colisão parcialmente elástica unidimensional	12
A.2.3	Simulação 3 - Colisão inelástica unidimensional	14
A.2.4	Simulação 4 - Colisão elástica bidimensional	16
	Referências Bibliográficas	20

1 Apresentação

O uso de computadores e tecnologia de informação na educação, tem exigido dos docentes e discentes atualização constante. Com a implementação desses meios nas escolas, sejam em sala de aula ou em laboratórios, os alunos podem ter acesso a uma interatividade que seria impossível somente através da “aula tradicional” com auxílio de giz, quadro branco e livro didático. Baseado nessa evolução tecnológica, o ensino de física pode ser facilitado utilizando-se de softwares e simuladores, que além de ajudar em certos conceitos e definições abstratas, podem ser um elemento de instigação para os alunos. Por esse motivo, apresentaremos um simulador de colisões mecânicas e um roteiro de utilização para serem aplicados no ensino médio.

O simulador virtual possui uma interface onde o estudante poderá realizar colisões mecânicas unidimensionais elásticas, parcialmente elásticas e inelásticas. Também será possível executar simulações de colisões bidimensionais elásticas e analisar ângulos de espalhamento entre os corpos. A partir desses experimentos virtuais o docente terá a oportunidade de motivar seus alunos a trabalharem também os conceitos de conservação de momento linear, conservação de energia e fazer comparativo com atividades e exemplos dos livros didáticos.

2 O produto educacional

2.1 O simulador de colisões mecânicas

A elaboração do simulador de colisões mecânicas, desenvolvido no programa do Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), tem a proposta de auxiliar o aprendizado no ensino médio. O simulador foi modelado em linguagem *JavaScript*, utilizando o *canvas* da HTML. Com esse recurso foi possível desenhar as figuras, animá-las e exibir toda a parte gráfica e matemática, como vetores, linhas de referência, região quadriculada e exibição dos valores das grandezas. O aplicativo é recomendado para alunos que já tenham estudado o conteúdo de impulso, momento linear e colisões mecânicas. Esta ferramenta educacional tem a função de auxiliar o processo de ensino-aprendizagem em ambiente escolar que possua laboratório computacional ou em turmas que tenham meios próprios de aplicação como por exemplo *notebooks*.

De acordo com Geraldo Filho [1], um modelo físico para ser simulado digitalmente deve possuir símbolos e ícones para fácil identificação visual. A implementação da interface do simulador, assim como suas funcionalidades devem ser de compreensão rápida e precisa para que não seja necessário muito tempo para sua aplicação. Um simulador computacional não pode ter o chamado “ruído tecnológico”, ou seja, excesso de informações visuais. Por este motivo, o simulador de colisões mecânicas por si só, não se configura um produto educacional, necessitando portanto, de um roteiro para sua aplicação, onde estão contidas às propostas e instruções para realizações de simulações.

Código do simulador de colisões

O código para desenvolver o simulador de colisões foi desenvolvido em linguagem *JavaScript* na HTML 5 e exibido com uso do navegador *Google Chrome*. Como editor de texto utilizamos o *Notepad ++* e sua interface pode ser analisada na figura abaixo.

Utilizamos uma biblioteca contendo funções para criação de figuras geométricas, inserção de vetores e nomes, desenvolvida pelo professor do IFRN Geraldo Felipe de Souza Filho, com nossa colaboração no acréscimo de algumas funcionalidades.

```

C:\Users\andre\Documents\MNPEF\Produto Educacional - Descrição\41 Simulação Final\41 - Simulação final com biblioteca própria.html - Notepad++
Arquivo Editar Localizar Visualizar Formatar Linguagem Configurações Ferramentas Macro Executar Plugins Janela ?
41 - Simulação final com biblioteca própria.html
1 <!DOCTYPE HTML>
2 <html>
3 <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html" charset="utf-8" />
4 <body>
5 <canvas id="myCanvas" width="1500" height="1000"></canvas>
6 <script src="bibliotecacolisoes.js"></script>
7 <script>
8
9 // VARIÁVEIS GERAIS
10 var canvas = document.getElementById('myCanvas');
11 var ctx = canvas.getContext('2d');
12 var a=0; // PARÂMETRO DE IMPACTO (DISTÂNCIA VERTICAL ENTRE OS CENTROS DOS CORPOS)
13 var k=0; // COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO
14 var x1=120; //COORDENADA X DO CENTRO DO CORPO 1 ANTES DO COLISÃO
15 var x2=600; //COORDENADA X DO CENTRO DO CORPO 2 ANTES DO COLISÃO
16 var y2=300; //COORDENADA Y DO CENTRO DO CORPO 2 ANTES DO COLISÃO

```

Figura 2.1: Instantâneo do ambiente de programação: *Notepad ++*

Interface

O simulador de colisões mecânicas possui uma interface com uso de botões e controles deslizantes para execução da simulação e inserção de dados. A região de interação foi desenvolvida no intuito de modelar os principais tipos de simulações que envolvem conteúdos de física do ensino médio. As simulações restringem-se às colisões entre dois corpos massivos, sendo um deles o projétil e o outro o alvo.

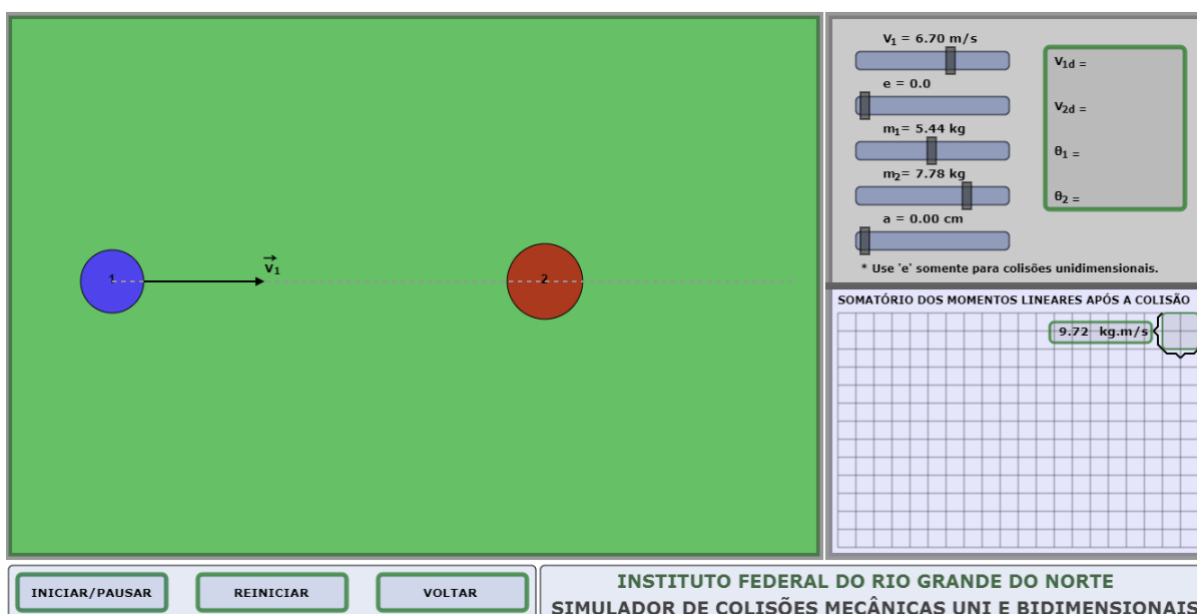


Figura 2.2: Instantâneo da interface do simulador.

Campos do simulador

O simulador está dividido em três campos: campo das simulações, campo das inserções de dados e resultados obtidos e o campo do somatório dos momentos lineares após a colisão.



Figura 2.3: Instantâneo da interface com indicação dos campos do simulador.

O campo das simulações corresponde à área retangular verde onde as colisões entre os dois corpos ocorrem. Nessa região, antes da colisão, são exibidos um segmento de reta que representa o parâmetro de impacto, o projétil e o alvo com áreas circulares proporcionais as suas massas. Nesse campo também serão apresentadas as direções dos corpos antes e depois da colisão com linhas tracejadas, vetores velocidades proporcionais aos módulos das velocidades e ângulos de espalhamento dos dois corpos após as colisões bidimensionais. O movimento dos corpos é cessado quando um deles intercepta uma das laterais do retângulo verde.

Após cada colisão, no campo das simulações, surgirá um retângulo no canto inferior esquerdo um esquema de interação de forças entre os corpos no instante da colisão. Esse esquema ilustra de maneira ampliada, a projeção da região de interação entre as superfícies das esferas exibindo as forças de ação e reação.

O campo de inserção de dados e resultados corresponde à área em que estão contidos os controles deslizantes (figura 2.7) e o espaço de exibição de resultados. Esta região mostra

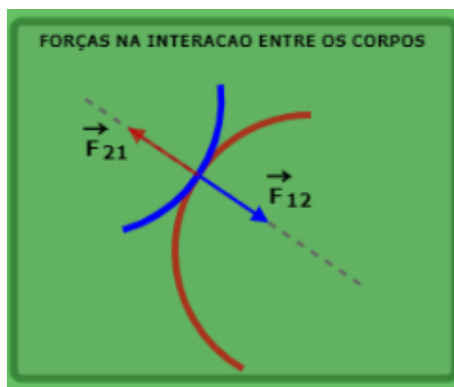


Figura 2.4: Instantâneo do esquema representativo das forças de interação na colisão.

os valores das velocidades v_{1d} e v_{2d} dos corpos após a colisão e os ângulos de espalhamento Θ_1 e Θ_2 , correspondentes às direções do projétil e alvo em relação à horizontal.

Abaixo do campo de inserção de dados, no canto inferior direito, encontramos um plano quadriculado onde são plotados os vetores correspondentes aos momentos lineares dos corpos após a colisão e o vetor resultante do momento linear resultante do sistema. Nessa região é exibida uma escala que relaciona o tamanho da linha da região quadriculada aos módulos dos vetores apresentados.

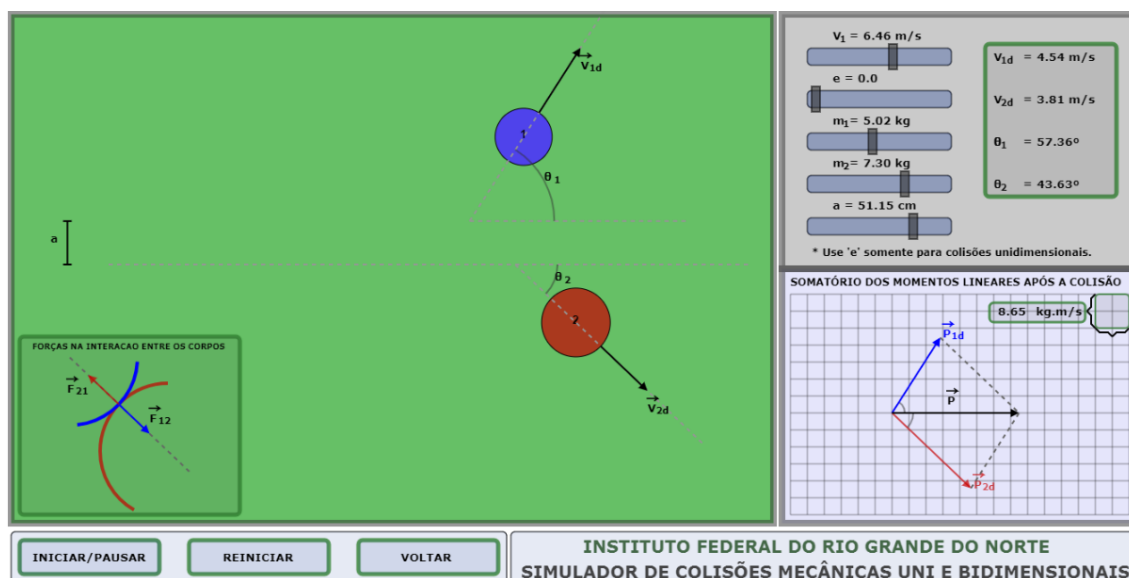


Figura 2.5: Instantâneo da interface do simulador após uma colisão bidimensional.

Funções dos botões

O simulador possui três botões: iniciar/pausar, reiniciar e voltar. Quando os dados são inseridos através dos controles deslizantes, o usuário deverá usar o botão iniciar/pausar para que ocorra o movimento do corpo 1 (projétil) em direção ao corpo 2 (alvo). Caso se queira parar a simulação em algum instante, basta clicar no mesmo botão novamente.

O botão reiniciar, retorna aos valores mínimos das grandezas estabelecidos no programa, como indicado na figura 2.3, “zerando” o simulador. Com o botão voltar, o usuário poderá retornar a simulação para as condições iniciais, ou seja, com os últimos valores inseridos.



Figura 2.6: Instantâneo dos botões do simulador.

Um tipo de botão que foi incrementado no simulador é o controle deslizante, que tem a função de inserção dos dados da simulação. As grandezas velocidade do corpo 1 (v_{1d}), parâmetro de impacto (a), massa do corpo 1 (m_1), massa do corpo 2 (m_2) e coeficiente de restituição (e) podem ser manipuladas pelo usuário para obter quatro tipos de simulações/colisões:

- (a) colisão unidimensional elástica;
- (b) colisão unidimensional parcialmente elástica;
- (c) colisão unidimensional inelástica;
- (d) colisão elástica bidimensional.

Os controles deslizantes possuem um limite máximo e mínimo de inserção dos módulos das grandezas e correspondem aos seguintes *ranges*:

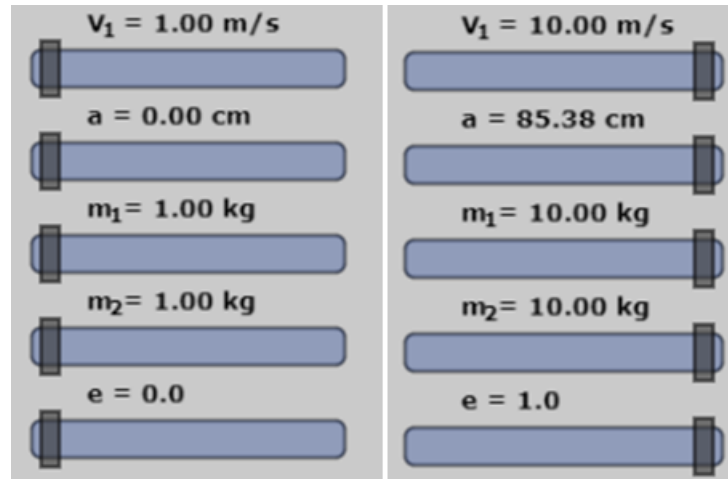


Figura 2.7: Instantâneo dos limites mínimo e máximo para inserção dos valores das grandezas.

Os limites de inserção de dados foram elaborados para que a simulação não crie distorções na interface do aplicativo. Ocorre que, o tamanho dos corpos são proporcionais às massas e em caso de valores muito grandes o objeto poderia extrapolar os limites da tela. Velocidades muito altas poderiam comprometer o ambiente do simulador por má visualização do corpo e o parâmetro de impacto também limita-se para que sempre ocorra colisão entre os dois corpos.

A Roteiro para aplicação do simulador

A.1 Apresentação

PREZADO ALUNO,

Este roteiro servirá como material de apoio para realização de experimentos virtuais com o simulador de colisões mecânicas construído no programa do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física. O simulador computacional foi desenvolvido no *canvas* - HTML e visa contribuir, de maneira interativa, no aprendizado sobre impulso de uma força, momento linear e colisões mecânicas.

Ao final da simulação você deverá adquirir as seguintes competências:

- Saber utilizar o simulador de colisões.
- Diferenciar colisões uni e bidimensionais.
- Mensurar variações de energia cinética e momento linear, antes e após a colisão a partir dos dados inseridos e obtidos no simulador.
- Diferenciar colisões elásticas, inelásticas e parcialmente elásticas.
- Comparar resultantes vetoriais obtidas no simulador com auxílio de calculadora.

A.2 Simulações

As simulações que serão realizadas foram modeladas de acordo com equações e diagramas vetoriais estudados em ementas de física do ensino médio. Para acessá-las entre no endereço: <<https://goo.gl/forms/0tSvEsD8zDIwPfgA2>>

Serão necessários conhecimentos prévios sobre os assuntos: energia cinética (e sua conservação), momento linear (e sua conservação) e colisões mecânicas.

Para todas as simulações considere um projétil (corpo1) com velocidade v_1 e um alvo estacionário (corpo 2) com massas m_1 e m_2 respectivamente, de acordo com a figura A.1.



Figura A.1: Instantâneo área da simulação os corpos de massas m_1 e m_2 .

Realize as simulações a seguir, preencha as tabelas anexas e responda as questões.

A.2.1 Simulação 1 - Colisão elástica unidimensional

Realize uma simulação atribuindo valores para as massas dos corpos e velocidade do corpo 1. Insira o parâmetro de impacto $a = 0$ (Para colisões unidimensionais) e atribua coeficiente de restituição $e = 1$. Responda as questões a seguir.

1. Qual o sentido do movimento dos corpos 1 e 2 após a colisão?
 - (a) Os dois corpos se deslocaram no mesmo sentido;
 - (b) Os dois corpos se deslocaram em sentidos opostos;
 - (c) O corpo 1 ficou parado e o corpo 2 adquiriu movimento para direita;
 - (d) O corpo 1 Inverteu o sentido do movimento inicial e o corpo 2 ficou parado;
 - (e) Os dois corpos ficaram unidos após a colisão.
2. O que você percebeu em relação ao somatório dos momentos lineares? Observe o diagrama vetorial no campo quadriculado do simulador.
 - (a) O somatório dos momentos lineares antes e depois da colisão são iguais;
 - (b) O somatório dos momentos lineares antes é maior que o somatório dos momentos lineares depois da colisão;

- (c) O somatório dos momentos lineares antes é menor que o somatório dos momentos lineares depois da colisão.
3. Sobre a energia cinética do sistema antes e após a colisão.
- (a) Permaneceu constante;
- (b) Energia cinética antes foi maior que após a colisão;
- (c) Energia cinética antes foi menor que após a colisão.
4. Você atribuiu um valor para o coeficiente de restituição. Agora use a equação a seguir, que relaciona o módulo da velocidade relativa de aproximação (v_a) e o módulo da velocidade relativa de afastamento (v_d). Calcule o coeficiente de restituição e compare com o dado de entrada.

Velocidade relativa entre dois corpos 1 e 2:

- (a) Quando os móveis se deslocam em sentidos opostos: somam-se os módulos das velocidades dos corpos.
- (b) Quando os móveis se deslocam em sentidos opostos: somam-se os módulos das velocidades dos corpos.

$$e = \left| \frac{v_d}{v_a} \right| \quad (\text{A.1})$$

A.2.2 Simulação 2 - Colisão parcialmente elástica unidimensional

Realize uma simulação atribuindo valores para as massas dos corpos e velocidade do corpo 1. Insira o parâmetro de impacto $a = 0$ (Para colisões unidimensionais) e atribua coeficiente de restituição $0 < e < 1$. Responda as questões a seguir.

1. Qual o sentido do movimento dos corpos 1 e 2 após a colisão?
- (a) Os dois corpos se deslocaram no mesmo sentido;
- (b) Os dois corpos se deslocaram em sentidos opostos;
- (c) O corpo 1 ficou parado e o corpo 2 adquiriu movimento para direita;

- (d) O corpo 1 Inverteu o sentido do movimento inicial e o corpo 2 ficou parado;
 - (e) Os dois corpos ficaram unidos após a colisão.
2. O que você percebeu em relação ao somatório dos momentos lineares? Observe o diagrama vetorial no campo quadriculado do simulador.
- (a) O somatório dos momentos lineares antes e depois da colisão são iguais;
 - (b) O somatório dos momentos lineares antes é maior que o somatório dos momentos lineares depois da colisão;
 - (c) O somatório dos momentos lineares antes é menor que o somatório dos momentos lineares depois da colisão.
3. Sobre a energia cinética do sistema antes e após a colisão.
- (a) Permaneceu constante;
 - (b) Energia cinética antes foi maior que após a colisão;
 - (c) Energia cinética antes foi menor que após a colisão.
4. Você atribuiu um valor para o coeficiente de restituição. Agora use a equação a seguir, que relaciona o módulo da velocidade relativa de aproximação (v_a) e o módulo da velocidade relativa de afastamento (v_d). Calcule o coeficiente de restituição e compare com o dado de entrada.
- Velocidade relativa entre dois corpos 1 e 2:
- (a) Quando os móveis se deslocam em sentidos opostos: somam-se os módulos das velocidades dos corpos.
 - (b) Quando os móveis se deslocam em sentidos opostos: somam-se os módulos das velocidades dos corpos.
5. Baseado nas experimentações virtuais realizadas, considere uma colisão entre um carro com um a velocidade de módulo V e uma motocicleta parada que possui massa dez vezes menor. O que você percebe na variação de velocidade dos dois corpos? Considere a colisão como parcialmente elástica ($0 < e < 1$).

- (a) Os corpos, após a colisão permanecem com mesmo módulo de velocidade;
- (b) Os corpos "trocaram" as velocidades, ou seja, o módulo da velocidade do corpo 1 após a colisão passou a ser o módulo da velocidade do corpo 2 e vice-versa;
- (c) O corpo 1 por ter massa maior que o corpo 2 teve uma diminuição do módulo da velocidade e o corpo 2 saiu do repouso, adquirindo uma velocidade no mesmo sentido e direção que o corpo 1 após a colisão;
- (d) Os corpos se mantiveram ligados um ao outro após a colisão;
- (e) O corpo 1 inverteu o sentido da velocidade por ter massa maior que o corpo 2.

A.2.3 Simulação 3 - Colisão inelástica unidimensional

Realize uma simulação atribuindo valores para as massas dos corpos e velocidade do corpo 1. Insira o parâmetro de impacto $a = 0$ (Para colisões unidimensionais) e atribua coeficiente de restituição $e = 0$. Responda as questões a seguir.

1. Qual o sentido do movimento dos corpos 1 e 2 após a colisão?
 - (a) Os dois corpos se deslocaram no mesmo sentido com velocidades diferentes;
 - (b) Os dois corpos se deslocaram em sentidos opostos;
 - (c) O corpo 1 ficou parado e o corpo 2 adquiriu movimento para direita;
 - (d) O corpo 1 Inverteu o sentido do movimento inicial e o corpo 2 ficou parado;
 - (e) Os dois corpos ficaram unidos após a colisão.
2. O que você percebeu em relação ao somatório dos momentos lineares? Observe o diagrama vetorial no campo quadriculado do simulador.
 - (a) O somatório dos momentos lineares antes e depois da colisão são iguais;
 - (b) O somatório dos momentos lineares antes é maior que o somatório dos momentos lineares depois da colisão;
 - (c) O somatório dos momentos lineares antes é menor que o somatório dos momentos lineares depois da colisão.

3. Sobre a energia cinética do sistema antes e após a colisão.
- (a) Permaneceu constante;
 - (b) Energia cinética antes foi maior que após a colisão;
 - (c) Energia cinética antes foi menor que após a colisão.
4. Você atribuiu um valor para o coeficiente de restituição. Agora use a equação a seguir, que relaciona o módulo da velocidade relativa de aproximação (v_a) e o módulo da velocidade relativa de afastamento (v_d). Calcule o coeficiente de restituição e compare com o dado de entrada.

Velocidade relativa entre dois corpos 1 e 2:

- (a) Quando os móveis se deslocam em sentidos opostos: somam-se os módulos das velocidades dos corpos.
 - (b) Quando os móveis se deslocam em sentidos opostos: somam-se os módulos das velocidades dos corpos.
5. Durante uma partida de futebol americano um jogador de massa 100 kg, que acaba de receber a bola e se encontra em repouso é agarrado por outro jogador de massa 80 kg que se aproxima com velocidade constante cujo módulo é igual a 8 m/s. Considerando que a colisão é perfeitamente inelástica, avalie em termos percentuais a variação de velocidade do jogador que atingiu o seu oponente e a variação de quantidade de movimento do mesmo. Realize uma simulação obedecendo à proporcionalidade entre as massas.



Figura A.2: Jogadores de futebol americano. Fonte: We are sports Brasil.

- (a) 2,5 m/s
- (b) 4,65 m/s
- (c) 20,1 m/s
- (d) 3,56 m/s
- (e) 8,0 m/s

6. Preencha a tabela resumo a seguir com os símbolos $>$, $<$ ou $=$ para os somatórios dos módulos dos momentos lineares e das energias cinéticas antes e após a colisão:

Tabela A.1: Tipos de colisões, coeficientes de restituição, momentos lineares e energias cinéticas da simulação.

Tipos de colisão	Coef. de restituição	Momento linear	Energia cinética
Elástico	$e = 1$	a) $\sum p_{antes} - \sum p_{depois}$	d) $\sum p_{antes} - \sum p_{depois}$
Parcialmente elástico	$0 < e < 1$	b) $\sum p_{antes} - \sum p_{depois}$	e) $\sum p_{antes} - \sum p_{depois}$
Inelástico	$e = 0$	c) $\sum p_{antes} - \sum p_{depois}$	f) $\sum p_{antes} - \sum p_{depois}$

A.2.4 Simulação 4 - Colisão elástica bidimensional

Realize uma simulação atribuindo valores para as massas dos corpos e velocidade do corpo 1. Insira o parâmetro de impacto diferente de zero. Para este tipo de simulação todas as colisões serão elásticas. Responda as questões a seguir.

1. Calcule os módulos dos momentos lineares de cada corpo, antes e após a colisão e responda as questões a seguir.

Módulo do momento linear do corpo 1:

- (a) Aumentou;
- (b) Diminuiu;
- (c) Permaneceu constante.

Módulo do momento linear do corpo 2:

- (a) Aumentou;
- (b) Diminuiu;
- (c) Permaneceu constante.

2. Analisando o diagrama de vetores no campo quadriculado, o que podemos afirmar sobre o somatório dos momentos lineares antes e após a colisão?

- (a) O momento linear do sistema antes da colisão era maior do que após a colisão;
- (b) O momento linear do sistema antes da colisão era menor do que após a colisão;
- (c) O momento linear do sistema permaneceu constante, antes e após a colisão.

3. Houve conservação de energia cinética do sistema?

- (a) Sim;
- (b) Não.

4. Se sua resposta na questão anterior foi não, marque o item que corresponde aos valores encontrados.

- (a) A energia antes da colisão era maior que após a colisão;
- (b) A energia antes da colisão era menor que após a colisão.

5. A partir da composição dos vetores no campo somatório dos momentos lineares após a colisão A.3, utilize a lei dos cossenos A.2 para obter o módulo do momento linear resultante do sistema após a colisão. Observação: na resposta, escreva na sequência os módulos dos vetores \vec{p}_{1d} e \vec{p}_{2d} , o ângulo de espalhamento e o módulo do vetor resultante.



Figura A.3: Instantâneo do somatório dos momentos lineares após a colisão.

$$p^2 = p_{1d}^2 + p_{2d}^2 + 2p_{1d}p_{2d} \cos \Theta \quad (\text{A.2})$$

θ - ângulo entre os vetores p_{1d} e p_{2d} .

6. Em um jogo de sinuca, qual a relação que você percebe entre o aumento do valor do parâmetro de impacto (a) e o ângulo de espalhamento θ_2 da bola alvo? Realize simulações com massas de igual valor e responda.
- (a) O ângulo de espalhamento aumenta;
 - (b) O ângulo de espalhamento diminui;
 - (c) Não há variação no valor do ângulo de espalhamento.
7. A figura abaixo mostra a colisão entre dois veículos de mesma massa m , sendo que

antes da colisão um estava parado e outro se aproximava com velocidade constante cujo módulo era 10 m/s. Considere o ângulo de espalhamento $\Theta_B = 60^\circ$. Determine:

O desvio do carro A em relação à sua trajetória inicial:

- (a) 15°
- (b) 25°
- (c) 30°
- (d) 45°
- (e) 90°

O módulo da velocidade do carro A após o choque.

- (a) 0
- (b) 8,7 m/s
- (c) 10 m/s
- (d) 52,8 m/s
- (e) 100 m/s

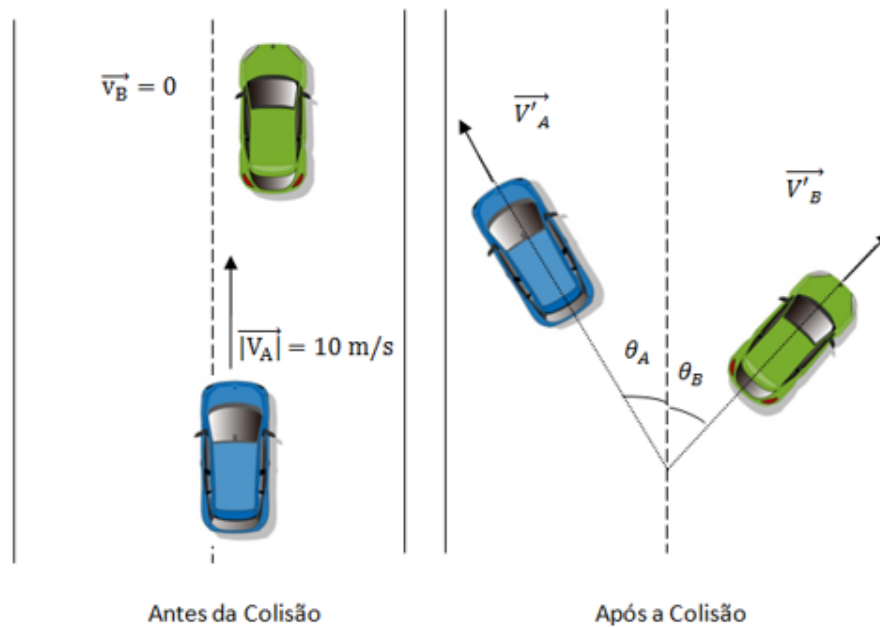


Figura A.4: Colisão não frontal entre dois carros

Referências Bibliográficas

- 1 FILHO, G. F. de S. **Simuladores computacionais para o ensino de física básica: uma discussão sobre produção e uso.** Dissertação — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.