

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO
GRANDE DO NORTE (CAMPUS NATAL-CENTRAL)
DIRETORIA ACADÊMICA DE CIÊNCIAS (DIAC)
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
POLO 10**

Thallyson Menen Silva de Moura

rotAR: realidade aumentada aplicada ao ensino de precessão giroscópica no ensino médio

Natal/RN

2026

Thallyson Menen Silva de Moura

rotAR: realidade aumentada aplicada ao ensino de precessão giroscópica no ensino médio

Dissertação apresentada ao Polo 10 do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (Campus Natal-Central) como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Tibério Magno de Lima Alves

Natal/RN
2026

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Rio Grande do Norte – IFRN
Sistema Integrado de Bibliotecas – SIBi

M929r Moura, Thallyson Menen Silva de.
RotAR : realidade aumentada aplicada ao ensino de precessão
giroscópica no ensino médio / Thallyson Menen Silva de Moura. – 2026.
106 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Rio Grande do Norte, Natal, 2026.
Orientador(a): Dr. Tibério Magno de Lima Alves.

1. Ensino de Física. 2. Realidade aumentada 3. Tecnologias
educacionais. 4. Ensino médio. I. Título.

SIBi/IFRN

CDU 53

Elaborada pela Bibliotecária
Leticia P. A. de Sousa – CRB-15/1018

Thallyson Menen Silva de Moura

rotAR: realidade aumentada aplicada ao ensino de precessão giroscópica no ensino médio

Dissertação apresentada ao Polo 10 do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (Campus Natal-Central) como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada em 13 de março de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **TIBÉRIO MAGNO DE LIMA ALVES**
Data: 17/04/2026 18:41:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Tibério Magno de Lima Alves - Orientador
IFRN

Documento assinado digitalmente
 **SAMUEL RODRIGUES GOMES JUNIOR**
Data: 17/04/2026 19:43:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Samuel Rodrigues Gomes Junior – Examinador Interno
IFRN

Documento assinado digitalmente
 **JEFFERSON SOARES DA COSTA**
Data: 20/04/2026 11:00:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Jefferson Soares da Costa – Examinador Externo
UFRN

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter me concedido força, sabedoria e discernimento ao longo de todo o processo de construção desta dissertação, especialmente nos momentos mais difíceis, nos quais a perseverança foi essencial. À minha mãe, Maria Célia, coloco acima de todos os agradecimentos, por ser meu alicerce, exemplo de força, dedicação e amor incondicional, cujo apoio foi determinante para que eu chegasse até aqui. À minha irmã, Thallyta, pelo carinho, incentivo e apoio ao longo dessa trajetória. À minha namorada, Jully, pelo companheirismo, paciência, compreensão e apoio constante, fundamentais para manter a motivação durante todo o percurso acadêmico. Ao meu orientador, Professor Tibério, pela orientação, disponibilidade, contribuições acadêmicas e rigor científico, essenciais para a condução e qualificação deste trabalho. O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001. Por fim, agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta dissertação.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo desenvolver, aplicar e avaliar o *rotAR*, um recurso educacional em Realidade Aumentada voltado ao ensino da precessão giroscópica no Ensino Médio, com foco na compreensão conceitual e vetorial desse fenômeno físico. A pesquisa fundamenta-se na perspectiva construcionista e na aprendizagem significativa, considerando as dificuldades recorrentes dos estudantes em abstrair conceitos tridimensionais e contraintuitivos associados à rotação. Metodologicamente, o estudo caracteriza-se como uma pesquisa aplicada, de natureza qualitativa e quantitativa, realizada com estudantes da 1ª série do curso técnico integrado em Edificações do IFRN – Campus Natal Central. A aplicação do produto ocorreu em um único encontro de três horas, estruturado em aula teórica expositiva, exploração orientada do aplicativo em cinco cenas e aplicação de um formulário avaliativo contendo questões conceituais, aplicadas e uma questão aberta de percepção. Os resultados indicam elevados índices de acerto em questões relacionadas à identificação dos vetores envolvidos e ao cálculo da velocidade de precessão, evidenciando que a visualização dinâmica e a manipulação de variáveis contribuíram para reduzir o nível de abstração exigido dos estudantes. Por outro lado, observou-se dispersão significativa em uma questão conceitual específica, associada à influência do ângulo de inclinação na velocidade de precessão, revelando interpretações baseadas na percepção visual e reforçando a necessidade de mediação docente durante o uso da tecnologia. As falhas técnicas pontuais observadas não comprometeram o potencial pedagógico do recurso, mas evidenciam desafios inerentes à implementação da Realidade Aumentada em contextos educacionais reais. Conclui-se que o *rotAR* se apresenta como um mediador didático relevante para o ensino da precessão giroscópica, desde que integrado a uma proposta pedagógica planejada, articulada à intervenção docente e a estratégias avaliativas adequadas.

Palavras-chave: ensino de Física; realidade aumentada; precessão giroscópica; *rotAR*; tecnologias educacionais.

ABSTRACT

This study aimed to develop, apply, and evaluate *rotAR*, an Augmented Reality educational resource designed for teaching gyroscopic precession at the high school level, with an emphasis on conceptual and vector understanding of this physical phenomenon. The research is grounded in the constructionist perspective and meaningful learning theory, considering the recurring difficulties students face in abstracting three-dimensional and counterintuitive concepts related to rotational motion. Methodologically, the study is characterized as applied research with qualitative and quantitative approaches, conducted with students from the first year of the integrated technical course in Building Construction at IFRN – Natal Central Campus. The application of the educational product took place in a single three-hour session, structured into an expository theoretical class, guided exploration of the application across five scenes, and the administration of an evaluative questionnaire containing conceptual and applied questions, as well as an open-ended perception item. The results indicate high rates of correct responses in questions related to the identification of the vectors involved and the calculation of precession velocity, suggesting that dynamic visualization and variable manipulation contributed to reducing the level of abstraction required from students. However, significant dispersion was observed in a specific conceptual question concerning the influence of the inclination angle on precession velocity, revealing interpretations based on visual perception and reinforcing the need for teacher mediation during the use of the technology. The occasional technical issues observed did not compromise the pedagogical potential of the resource but highlight challenges inherent to the implementation of Augmented Reality in real educational contexts. It is concluded that *rotAR* constitutes a relevant didactic mediator for teaching gyroscopic precession, provided that it is integrated into a planned pedagogical approach, articulated with teacher intervention and appropriate assessment strategies.

Keywords: physics education; augmented reality; gyroscopic precession; *rotAR*; educational technologies.

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Representação do movimento de rotação.	26
Figura 2 - Um corpo rígido (ilustrado aqui como um elipsoide) é formado por muitos pedaços pequenos, $\alpha = 1, \dots, N$. A massa de um pedaço pequeno típico é m_a e sua posição relativa à origem O é r_a . A posição do CM relativa à O é R, e r_a' denota a posição de m_a	28
Figura 3 - Bloco de madeira em forma de disco com um orifício através do qual está preso à haste, que está fixa sobre o eixo z. O bloco está girando com velocidade angular ω .	31
Figura 4 - Um pião é feito por uma haste OP, normalmente presa através do centro de um disco circular uniforme, e livre para mover-se sobre sua ponta em O. Sua massa total é M e R denota a posição do CM relativa a O. Os eixos principais do pião estão nas direções do vetor unitário e_3 , ao longo do eixo de simetria do pião e de quaisquer dois vetores e_1 e e_2 ortogonais entre si e perpendiculares a e_3 . O peso do pião produz um torque que causa variação no momento angular.	33
Figura 5 - Representação de para onde aponta o torque.	34
Figura 6 - Representação do giroscópio	36
Figura 7 - Precessão de giroscópio com eixo horizontal	36
Figura 8 - Giroscópio com eixo inclinado.	37
Figura 9 - Velocidade angular de precessão contribuindo para o momento angular total.	38
Figura 10 - Primeira tela do aplicativo (Tela de entrada).	46
Figura 11 - Segunda tela do aplicativo (Escolha do experimento).	47
Figura 12 - Terceira tela do aplicativo (Escolha da cena a ser visualizada).	47
Figura 13 - Primeira cena: Relação entre velocidade angular e velocidade de precessão.	48
Figura 14 - Primeira cena: Visualização do vetor momento angular quando a velocidade angular for positiva.	48
Figura 15 - Primeira cena: Visualização do vetor momento angular quando a velocidade angular for negativa.	49
Figura 16 - Segunda cena: Relação entre o ângulo de inclinação do volante e a velocidade de precessão.	49
Figura 17 - Segunda cena: Visualização do volante com ângulo de inclinação em 45° .	50
Figura 18 - Terceira cena: Abertura da cena de visualização dos 3 vetores mais importantes da precessão (Torque, Peso e Momento angular).	50
Figura 19 - Terceira cena: Visualização dos 3 vetores após sua ativação.	51
Figura 20 - Quarta cena: Visualização da variação do momento angular em função do torque (Velocidade angular positiva).	51
Figura 21 - Quarta cena: Visualização da variação do momento angular em função do torque (Velocidade angular negativa).	52
Figura 22 - Quarta cena: Opção “Saiba mais” contendo uma explicação mais detalhada da cena.	52
Figura 23 - Quinta cena: Simulação livre.	53
Figura 24 - Quinta cena: Botão da “Trajetória da precessão” .	53
Figura 25 - Botões de tramitação entre cenas.	54
Figura 26 - Botões de escolha da cena a ser estudada.	54
Figura 27 - Logo do Unity e Vuforia.	55
Figura 28 - Editor Unity aberto durante edição do giroscópio.	56
Figura 29 - Editor Unity aberto durante testa em diferentes modelos de smartphones.	56
Figura 30 - Qr code gatilho para ativar a cena durante a utilização do aplicativo.	57
Figura 31 - Variáveis criadas para animação da cena.	58
Figura 32 - Aplicação da equação de precessão no unity.	59

Figura 33 - Relacionando rotações do sistema via Quaternions.	60
Figura 34 - Adicionando o valor numérico da precessão no objeto do giroscópio.	60
Figura 35 - Representação dos vetores de peso (vermelho), torque (amarelo) e momento angular (verde) na cena de simulação.	61
Figura 36 - Botão de ativação dos vetores disponíveis para o usuário no aplicativo rotAR.	61
Figura 37 - Botão de ativação dos vetores acionado pelo usuário no aplicativo rotAR.	62
Figura 38 - Problema encontrado no vetor peso durante inclinação do giroscópio.	62
Figura 39 - Problema resolvido da inclinação do vetor peso.	63
Figura 40 - Rastro vetorial presente na cena 4.	63
Figura 41 - Organização hierárquica dos objetos na cena, destacando o ponto 1, ponto 2, vetores e pontos auxiliares invisíveis	64
Figura 42 - Primeiro momento da aplicação: Exposição teórica.	66
Figura 43 - Alunos respondendo formulário de avaliação: Terceira etapa da aplicação.	67
Figura 44 - Distribuição percentual das respostas por questão objetiva após a utilização do aplicativo rotAR.	68
Figura 45- Alunos interagindo com o aplicativo rotAR.	69
Figura 46 - Tela de um dos dispositivos mostrando falha relativa à abertura da câmera.	72
Figura 47 - Mediação do professor durante interação com o aplicativo rotAR.	76
Figura 48 - Alunos com tela “escolha de cena” aberta em seus dispositivos.	77

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1. FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS APLICADAS A DINÂMICA DE CORPOS RÍGIDOS	13
2.2. REALIDADE AUMENTADA APLICADA AO ENSINO DE FÍSICA	16
3 OBJETIVOS DO TRABALHO	23
4 METODOLOGIA	24
5 DINÂMICA DE CORPOS RÍGIDOS (FÍSICA DO EXPERIMENTO)	25
5.1. REFERENCIAIS EM ROTAÇÃO	26
5.2. UM POUCO SOBRE MOMENTO ANGULAR	28
5.3. ROTAÇÃO DE UM CORPO RÍGIDO EM TORNO DE UM EIXO FIXO	30
5.4. PRECESSÃO DE UM PIÃO OU GIROSCÓPIO	33
5.5. MAIS SOBRE PRECESSÃO	35
6 FUNDAMENTOS EM ENSINO	40
6.1. VYGOTSKY E O PAPEL DA MEDIAÇÃO E DA INTERAÇÃO SOCIAL NA APRENDIZAGEM	40
6.2. AUSUBEL E A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ENSINO DE CONCEITOS ABSTRATOS	41
6.3. MARCO ANTÔNIO MOREIRA E A APLICAÇÃO DA TEORIA DE AUSUBEL NO ENSINO DE FÍSICA	42
6.4. SEYMOUR PAPERT E A SUA RELAÇÃO COM O <i>rotAR</i>	43
7 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO <i>rotAR</i>	45
7.1. ESTRUTURA GERAL DO APLICATIVO	45
7.2. CONFIGURAÇÃO E CONSTRUÇÃO DA CENA NO UNITY	55
7.3. SIMULAÇÃO DA PRECESSÃO	57
7.4. REPRESENTAÇÃO VETORIAL DO PESO, TORQUE E MOMENTO ANGULAR	60
7.5. PRODUTO FINAL E PROPOSTA DE APLICAÇÃO PEDAGÓGICA	64
8 RESULTADOS E DISCUSSÃO (RELATO DA APLICAÇÃO)	65
8.1. OBJETIVOS DA PESQUISA E RESULTADOS COLETADOS	66
8.2. INTERPRETAÇÃO DOS DADOS COLETADOS	68
8.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM A LITERATURA	73
9 CONCLUSÃO	79
REFERÊNCIAS	82

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Física no Ensino Médio ainda enfrenta inúmeros desafios para tornar-se significativo e atrativo para os estudantes (Moreira, 2023). Conceitos abstratos, forte presença do formalismo matemático e o distanciamento entre teoria e prática contribuem para a falta de engajamento nas aulas. Muitos estudantes demonstram dificuldade em compreender fenômenos físicos que não são diretamente observáveis ou que envolvem representações vetoriais e tridimensionais, como é o caso da precessão de um giroscópio (França e Silva, 2020).

Neste cenário, torna-se essencial buscar alternativas pedagógicas que aproximem os conteúdos escolares da experiência concreta dos alunos. A inserção de tecnologias digitais interativas, como a Realidade Aumentada, oferece novas possibilidades para o ensino de temas complexos da Física, permitindo que os estudantes visualizem, manipulem e explorem representações dinâmicas dos fenômenos estudados. A simulação de experimentos por meio de dispositivos móveis pode contribuir para a superação de barreiras cognitivas, facilitando a aprendizagem por meio da visualização e da interação.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento e a aplicação de um aplicativo educativo em Realidade Aumentada, denominado *rotAR*, que tem como objetivo principal facilitar a compreensão do fenômeno da precessão giroscópica. O aplicativo foi concebido como um recurso didático complementar às aulas de Física, proporcionando ao estudante uma experiência visual e interativa que vai desde a visualização dos vetores envolvidos na precessão até a manipulação de valores da equação de movimento em tempo real. Ao utilizar o dispositivo, o aluno pode observar a relação entre o momento angular, o torque e a velocidade angular, elementos fundamentais para a construção conceitual desse fenômeno.

O *rotAR* foca em um único experimento, desenvolvido a partir de uma sequência didática com intencionalidade pedagógica clara. A escolha por esse enfoque se deve tanto à viabilidade técnica quanto ao compromisso com a qualidade da experiência educacional oferecida. Com isso, busca-se contribuir para o fortalecimento do ensino de Física a partir de práticas investigativas e interativas, promovendo uma aprendizagem mais ativa, envolvente e significativa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A construção deste referencial teórico fundamenta-se na análise de contribuições acadêmicas que dialogam com a proposta do *rotAR*. Considerando que o movimento de precessão de um giroscópio envolve conceitos avançados da dinâmica de corpos rígidos,

optou-se por organizar o capítulo em dois eixos principais. O primeiro (2.1) aborda pesquisas e experiências que utilizaram ferramentas computacionais para representar, simular ou facilitar o entendimento da rotação e da dinâmica de corpos rígido. O segundo (2.2) foca em estudos sobre a aplicação da Realidade Aumentada no ensino de Física, analisando o potencial pedagógico dessa tecnologia na mediação de conteúdos abstratos e no engajamento dos estudantes. A divisão tem como objetivo contextualizar teoricamente a proposta do *rotAR* com base em referências que sustentam tanto a escolha metodológica quanto a estratégia tecnológica adotada.

2.1. FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS APLICADAS A DINÂMICA DE CORPOS RÍGIDOS

A dinâmica de corpos rígidos em rotação constitui um dos campos mais sofisticados e desafiadores da Física clássica. Diferentemente do movimento translacional, os sistemas rotacionais exigem a consideração de variáveis vetoriais tridimensionais, como o momento angular e o torque, que não necessariamente se orientam na mesma direção das forças envolvidas. Além disso, o comportamento rotacional de corpos assimétricos ou não fixos em um eixo simples — como ocorre no movimento de precessão — escapa à intuição cotidiana e envolve transformações espaciais complexas. Mesmo em situações idealizadas, o tratamento analítico rigoroso desses sistemas frequentemente demanda ferramentas matemáticas avançadas, como álgebra vetorial, cálculo diferencial e equações diferenciais não lineares, o que eleva o nível de abstração e dificulta a apropriação conceitual por parte dos estudantes do Ensino Médio e até mesmo da graduação.

Diante desse cenário, o ensino tradicional baseado exclusivamente em exposições teóricas e resolução de exercícios tende a ser insuficiente para proporcionar uma compreensão profunda desses fenômenos. A limitação de recursos experimentais nas escolas e universidades, aliada à dificuldade de se observar diretamente os vetores físicos em ação, contribui para que temas como momento angular, torque e estabilidade giroscópica permaneçam distantes da realidade discente. É nesse contexto que as ferramentas computacionais emergem como recursos pedagógicos e científicos de grande valor. Simulações interativas, modelagens tridimensionais e animações baseadas em motores físicos permitem não apenas visualizar os sistemas em movimento, mas também manipular variáveis e observar em tempo real os efeitos dinâmicos resultantes. Tais ferramentas possibilitam uma imersão cognitiva que favorece tanto o aprendizado conceitual quanto o desenvolvimento de

habilidades analíticas, funcionando como pontes entre a teoria abstrata e sua representação concreta e dinâmica.

A complexidade envolvida na análise do movimento rotacional de corpos rígidos é igualmente enfrentada em contextos industriais e de engenharia, como demonstra o estudo de Lima (2013). O autor desenvolveu modelos bidimensionais e tridimensionais para simular a sintomatologia vibracional de falhas mecânicas em máquinas rotativas, utilizando softwares de simulação dinâmica. A partir da modelagem de situações como desequilíbrio dinâmico, desalinhamento, ressonância estrutural e defeitos em rolamentos, a ferramenta permitiu não apenas visualizar os efeitos dessas falhas, mas também contribuir para estratégias de manutenção preventiva. Ainda que voltado ao contexto industrial, o trabalho evidencia o potencial das simulações computacionais na representação de sistemas rotacionais complexos, especialmente ao permitir a observação de padrões vetoriais e dinâmicos que, de outro modo, seriam invisíveis ao olho humano. Essa mesma lógica se aplica ao contexto educacional, onde ferramentas como o *rotAR* buscam oferecer ao estudante uma interface tridimensional para análise vetorial da precessão giroscópica, contribuindo para a construção intuitiva de noções como torque e variação do momento angular.

Já o trabalho de Polito e Laia (2016) exemplifica a integração entre abordagem teórica, modelagem computacional e proposta pedagógica no estudo do movimento rotacional. Os autores analisaram a dinâmica de um disco com quatro pontos de apoio sobre uma superfície com atrito, utilizando o formalismo de Lagrange para derivar as equações de movimento. Devido à complexidade das interações entre rotação e translação, soluções numéricas foram empregadas para obter a trajetória do centro de massa e o comportamento energético do sistema. Além disso, os pesquisadores desenvolveram um aparato experimental capaz de reproduzir qualitativamente os fenômenos simulados, que foi utilizado como parte de uma sequência didática voltada ao ensino médio, abordando conceitos como energia cinética, potencial, dissipação e acoplamento dinâmico. A relevância do trabalho reside na combinação entre simulação computacional e validação experimental, uma estratégia que inspira a proposta do *rotAR*, cuja simulação da precessão busca ser tanto fisicamente rigorosa quanto didaticamente acessível, servindo como ponto de partida para discussões conceituais em sala de aula.

A eficácia de simulações computacionais na promoção da aprendizagem conceitual também foi confirmada no estudo de Ha e Fang (2018), que desenvolveram módulos interativos para o ensino de energia, impulso e momento em contextos de dinâmica de corpos rígidos. O diferencial do trabalho está na avaliação quantitativa dos resultados obtidos: o

grupo que utilizou os módulos apresentou um ganho médio de aprendizagem superior a 60%, em comparação com menos de 23% no grupo controle. Isso indica que, ao integrar animações e simulações manipuláveis aos conteúdos tradicionais, os estudantes foram capazes de construir uma compreensão mais sólida e duradoura dos fenômenos físicos. A proposta metodológica dos autores reforça a noção de que a manipulação ativa de variáveis físicas e a observação de seus efeitos em tempo real contribuem significativamente para o desenvolvimento de competências analíticas — um princípio que também orienta o *rotAR*, ao permitir que o aluno veja o vetor momento angular, o torque gravitacional e sua variação de forma articulada e dinâmica.

Complementando essa perspectiva, Ferreira e Ribeiro (2015) propuseram o desenvolvimento de um simulador educacional no software GeoGebra, voltado à análise de equilíbrio de corpos rígidos por meio de um modelo de guindaste. A aplicação permite ao usuário visualizar e calcular as reações nos apoios, além de representar graficamente as forças internas e externas atuantes na estrutura. Fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa, o trabalho explora o potencial da visualização geométrica e da interação com o sistema como estratégias de ensino-aprendizagem em Mecânica Geral. A principal contribuição do simulador está em proporcionar um ambiente onde o aluno pode explorar situações reais de forma interativa, articulando conceitos abstratos como momento, força e reação com representações visuais intuitivas. Ainda que o foco do projeto seja o equilíbrio estático, a lógica de construção de um ambiente computacional manipulável e conceitualmente fundamentado se alinha à proposta do *rotAR*, que também utiliza um modelo visual interativo para abordar fenômenos vetoriais complexos — neste caso, em regimes dinâmicos de rotação.

A diversidade de abordagens computacionais no ensino de temas rotacionais é ainda exemplificada no estudo de Fagundes, Barroso e Silva (2013), que investigaram o impacto de uma hipermídia interativa sobre o entendimento da rotação síncrona da Lua. A ferramenta, utilizada em momentos não presenciais de uma disciplina introdutória de Física, continha animações dinâmicas com controle de avanço pelo próprio usuário. A avaliação, baseada em pré e pós-testes com mais de 70 alunos, demonstrou que o uso do recurso contribuiu significativamente para a aprendizagem conceitual, além de ser percebido como motivador pelos estudantes. Embora o foco do estudo seja astronômico, a experiência didática relatada reforça a eficácia de ambientes computacionais que aliam visualização, controle interativo e exploração de fenômenos complexos — características que também estão presentes na

estrutura do *rotAR*, ao permitir a manipulação da cena e a visualização vetorial no contexto da precessão.

Em outra frente, Duarte (2012) propôs uma solução integrada entre experimentos de baixo custo e simulações computacionais, voltada para o ensino da dinâmica de rotação, um tema frequentemente negligenciado nos livros didáticos do ensino médio. O autor desenvolveu um kit experimental físico, acompanhado por um software de autoria própria, com o objetivo de articular o concreto e o abstrato no processo de ensino-aprendizagem. A proposta visa romper com a prática tradicional que apresenta diretamente os modelos ideais da Física sem transitar pelas experiências sensíveis. A aplicação simultânea de material físico e simulado representa uma metodologia poderosa para fomentar o raciocínio causal e visual sobre os fenômenos rotacionais. Embora o *rotAR* concentre-se em um ambiente puramente virtual, sua função de mediação conceitual entre experiência sensorial e formalismo físico converge com a proposta de Duarte, ao explorar a visualização direta do torque e da variação do momento angular em um sistema em rotação.

Por fim, Constante e Aghsalud (2019) avaliaram o impacto de uma estratégia de ensino baseada em simulação computacional interativa (IC-SS) no desempenho de estudantes do 8º ano em Física, comparando-a ao ensino tradicional. A análise estatística dos dados revelou um ganho de aprendizagem significativamente superior no grupo que utilizou simulações, com melhora média de mais de 12 pontos entre pré e pós-teste — resultado superior ao ganho do grupo controle. O estudo reforça a ideia de que a visualização e a manipulação ativa de sistemas físicos permitem um aprendizado mais eficaz, especialmente para estudantes com pouca familiaridade com o formalismo abstrato da Física. Os autores recomendam a adoção desse tipo de tecnologia, inclusive por professores que não são especialistas em Física, dada sua contribuição para tornar o conteúdo mais acessível e compreensível. Essa constatação fortalece a proposta do *rotAR* enquanto ferramenta de democratização do ensino de Física, ao permitir que tanto professores quanto estudantes se engajem em representações interativas que conectam teoria e prática.

2.2. REALIDADE AUMENTADA APLICADA AO ENSINO DE FÍSICA

A Realidade Aumentada (RA) é uma tecnologia emergente que permite a sobreposição de elementos virtuais — como objetos tridimensionais, textos, gráficos ou animações — ao ambiente real, em tempo real, por meio de dispositivos como smartphones, tablets, óculos inteligentes ou câmeras conectadas a computadores. Diferente da realidade virtual, que cria um ambiente inteiramente simulado, a RA amplia a percepção do mundo físico,

enriquecendo-o com camadas informacionais interativas. Essa fusão entre o real e o digital tem revolucionado a forma como lidamos com dados, informações e simulações em diversas áreas, ao permitir interações intuitivas e visuais com fenômenos que, de outra forma, seriam abstratos, inacessíveis ou invisíveis.

Nos últimos anos, a RA tem ganhado espaço em setores como engenharia, medicina, arquitetura, entretenimento e, mais recentemente, na educação. Sua aplicação no contexto educacional está atrelada ao potencial de tornar a aprendizagem mais envolvente, dinâmica e significativa, especialmente em disciplinas que exigem alto nível de abstração, como é o caso da Física. Ao permitir que os estudantes interajam com modelos tridimensionais de experimentos, forças, partículas ou campos vetoriais, a RA favorece a construção de representações mentais mais sólidas, além de estimular a curiosidade, a exploração ativa e a autonomia no processo de aprendizagem. Essa tecnologia representa, portanto, não apenas uma inovação técnica, mas uma estratégia didático-pedagógica que pode transformar a relação do aluno com os conteúdos científicos.

A aplicação da Realidade Aumentada (RA) em ambientes educacionais tem se mostrado uma estratégia eficaz para transformar conteúdos abstratos em experiências concretas e visualmente acessíveis. No campo da Física, onde muitos fenômenos são invisíveis ou de difícil experimentação direta, a RA permite criar simulações dinâmicas e interativas que ampliam o entendimento conceitual. É justamente essa proposta que orienta a ferramenta desenvolvida por Veigas, Vieira e Silva (2012), que elaboraram um sistema dividido em módulos da Física integrados a aplicações em RA. Sem utilizar bibliotecas clássicas de simulação física, os autores construíram sua própria estrutura computacional, focando em tornar o conteúdo mais lúdico, acessível e atrativo. A abordagem modular permite que diferentes temas sejam explorados com recursos visuais e interativos, potencializando o engajamento discente. Tal iniciativa demonstra como é possível alinhar a criação técnica de ferramentas com objetivos pedagógicos bem definidos — premissa que também fundamenta o desenvolvimento do *rotAR*.

Outro exemplo relevante de uso didático da RA é o trabalho de Souza e Kirner (2011), que propuseram uma aplicação voltada ao ensino de conceitos básicos de eletromagnetismo, tradicionalmente considerados abstratos. Os autores destacam que, apesar do uso histórico de representações em quadro ou tela, a RA permite que esses conceitos sejam vivenciados de maneira mais concreta, oferecendo ao aluno a oportunidade de interagir com um circuito elétrico como se estivesse em um laboratório real. A simulação desenvolvida incluía ainda um tutor em áudio que acompanhava as ações do estudante, explicando os fenômenos observados.

Essa combinação de interatividade, visualização e feedback auditivo cria um ambiente de aprendizagem mais sensorial, imersivo e personalizado — elementos que também orientam a proposta do *rotAR*, ao permitir que o estudante explore de forma ativa os vetores físicos da precessão giroscópica.

Embora voltado a um campo distinto, o estudo de Siqueira (2020) reforça o potencial da RA como recurso de visualização científica em ambientes educacionais. O autor descreve a criação de maquetes digitais de superfícies topográficas, modeladas no Sketchup e projetadas em RA com imagens reais de satélite. A proposta foi aplicada no ensino de Geografia e Topografia, mas os princípios envolvidos — como manipulação espacial, percepção tridimensional e interação com o conteúdo por diferentes ângulos — são igualmente válidos para o ensino de Física. A possibilidade de o aluno observar um objeto em RA a partir de diferentes pontos de vista é particularmente importante para a compreensão de vetores tridimensionais, como os envolvidos no movimento de precessão. Assim, o trabalho de Siqueira (2020) contribui para reafirmar o valor pedagógico da RA na construção de representações mentais complexas por meio da manipulação visual e espacial de objetos físicos simulados.

Além dos resultados experimentais positivos obtidos em aplicações específicas, diversas revisões da literatura têm reforçado o papel estratégico da Realidade Aumentada como metodologia alternativa para o ensino de Física. É o que apontam Sánchez e Diaz (2021) ao analisarem o uso da RA no contexto da aprendizagem em sala de aula. Para os autores, a introdução dessa tecnologia no ensino rompe com métodos tradicionais repetitivos e promove mudanças conceituais mais profundas, favorecendo uma aproximação significativa entre o aluno e os fenômenos físicos do cotidiano. A RA, segundo essa perspectiva, atua não apenas como um recurso visual, mas como um meio de construção cognitiva ativa, no qual o estudante se envolve com o conteúdo de maneira mais motivada e assertiva. Essa abordagem dialoga diretamente com os objetivos do *rotarAR*, ao propor uma experiência de aprendizado mais satisfatória e sensorialmente imersiva, voltada à internalização de conceitos abstratos como precessão e torque.

Nesse mesmo sentido, o estudo de Ribeiro, Siqueira e Macedo (2013) apresenta um experimento envolvendo a visualização tridimensional de linhas de campo magnético, utilizando um ímã em forma de ferradura e RA como suporte visual. Os autores desenvolveram objetos de aprendizagem digitais que permitiam aos estudantes observarem o comportamento vetorial do campo em tempo real, o que se traduziu em ganhos significativos de compreensão, segundo os questionários aplicados. A simulação em RA atuou como

ferramenta de mediação semiótica para tornar visível um fenômeno tradicionalmente representado apenas por linhas abstratas em livros didáticos. O impacto positivo na aprendizagem significativa reforça a relevância de representações interativas para o ensino de grandezas vetoriais — tal como proposto no *rotAR*, cuja cena de precessão oferece ao estudante a possibilidade de observar diretamente a direção, o sentido e a variação dos vetores de momento angular e torque gravitacional.

A pesquisa de Oliveira e Manzano (2016), por sua vez, contribui ao explorar uma plataforma específica de desenvolvimento em RA — o software *LAYAR* — e propor diferentes formas de integração desse recurso em aulas de Física. Os autores apresentam sugestões práticas para o uso das ferramentas disponíveis na plataforma, demonstrando como materiais didáticos podem ser incrementados com animações, interações e informações complementares em camadas virtuais. Ao detalhar a aplicação do *LAYAR* em um exemplo real, os autores evidenciam o potencial da RA para qualificar a prática docente e enriquecer a experiência discente. A discussão apresentada aponta para a importância de não apenas utilizar a RA como uma “novidade tecnológica”, mas de integrá-la de forma pedagógica e funcional aos objetivos da aula — princípio igualmente presente no desenvolvimento do *rotAR*, que busca alinhar tecnologia e intencionalidade didática na representação de fenômenos dinâmicos complexos.

Entre as iniciativas que aplicam a RA de forma integrada a práticas laboratoriais, destaca-se o estudo de Nicolette *et al.* (2019), que investigou o uso combinado de Laboratórios Remotos Aumentados e Laboratórios Virtuais para o ensino de circuitos elétricos em turmas de ensino técnico em Eletromecânica. O estudo adotou uma metodologia quase-experimental e avaliou aspectos como motivação, engajamento e aprendizagem percebida pelos estudantes. Os resultados indicaram um avanço expressivo na compreensão conceitual dos conteúdos, o que reforça a eficácia das tecnologias imersivas na promoção da aprendizagem ativa e significativa. A pesquisa ilustra como a RA pode assumir papel complementar ou substitutivo ao laboratório físico tradicional, sobretudo quando aliada a uma intencionalidade pedagógica bem definida — abordagem que se alinha à proposta do *rotAR*, ao criar um ambiente interativo que facilita o entendimento de grandezas vetoriais e suas relações dinâmicas.

Esse mesmo potencial de substituição ou complementação de experimentos físicos é explorado por Mukhtarkyzy, Abildinova e Sayakov (2022), que implementaram uma aplicação de RA no ensino de circuitos elétricos para alunos do 8º ano em uma escola no Cazaquistão. O aplicativo permitia manipular modelos tridimensionais dos componentes do circuito, promovendo uma experiência de aprendizagem tátil e interativa. A proposta foi

especialmente relevante por oferecer uma alternativa segura, econômica e eficaz ao uso de laboratórios convencionais, muitas vezes indisponíveis ou inviáveis. Os autores observaram melhorias significativas na retenção de conteúdo, na compreensão conceitual e na receptividade dos alunos ao uso de tecnologias em sala de aula. Tais resultados fortalecem o argumento de que a RA pode democratizar o acesso à experimentação em disciplinas de Ciências da Natureza — aspecto que o *rotAR* também contempla, ao simular um experimento de precessão normalmente inacessível em escolas brasileiras por falta de estrutura laboratorial.

Em outra direção, mas igualmente relevante, o trabalho de Macedo, Silva e Buriol (2016) apresentou o desenvolvimento do *AppiRAmide*, um aplicativo de RA voltado ao estudo da Geometria Espacial. Embora o conteúdo abordado pertença à Matemática, a estrutura pedagógica e a lógica de interação tridimensional aplicadas no aplicativo oferecem elementos valiosos para pensar o ensino de Física. A pesquisa incluiu uma sequência didática, questionários e observações em sala, revelando que os estudantes perceberam ganhos na visualização espacial, na motivação e na compreensão dos conceitos. Essa articulação entre material impresso, RA e mediação docente inspira modelos como o *rotAR*, cuja proposta também busca potencializar o ensino ao integrar múltiplos canais sensoriais na construção de saberes abstratos. Nesse contexto mais amplo da evolução das interfaces computacionais aplicadas à educação, Kirner (2007) destaca que tanto a Realidade Aumentada quanto a Realidade Virtual representam novas gerações de interface entre o usuário e as aplicações digitais, ampliando significativamente as possibilidades de interatividade e imersão. No campo educacional, tais tecnologias deixam de ser meros recursos de visualização para assumir o papel de ferramentas cognitivas que favorecem a construção ativa do conhecimento. Ao permitir que os estudantes explorem representações tridimensionais em tempo real e sob múltiplos pontos de vista — como ocorre no *rotAR* — a RA contribui para uma aprendizagem mais envolvente, contextualizada e significativa.

O estudo conduzido por Herpich *et al.* (2020) destaca a importância da avaliação qualitativa do uso da RA no ensino de Física em dispositivos móveis, especialmente em termos de usabilidade, engajamento e aprendizagem. Aplicando o questionário MAREEA com universitários, os autores identificaram uma receptividade positiva dos estudantes quanto ao uso da tecnologia, evidenciando seu potencial como recurso educacional eficaz. Os resultados reforçam que a RA não apenas estimula o interesse, como também contribui significativamente para a retenção dos conceitos físicos. Essa constatação valida o propósito

de ferramentas como o *rotAR*, que busca unir dinamismo e rigor conceitual em uma mesma plataforma acessível.

Ampliando o escopo da aplicação educacional da realidade aumentada, Gunturu *et al.* (2024) desenvolveram a ferramenta *Augmented Physics*, que integra aprendizado de máquina e visão computacional para transformar diagramas estáticos de livros em simulações interativas. A proposta permite aos usuários visualizar e manipular elementos gráficos diretamente nas páginas digitalizadas, abordando conteúdos como óptica, circuitos e cinemática. Com base em entrevistas com professores e avaliações técnicas, o estudo confirma a eficácia da ferramenta em personalizar o aprendizado e tornar o conteúdo mais interativo. Embora o foco da pesquisa esteja na extração automatizada de diagramas, o princípio de enriquecer conteúdos estáticos com experiências interativas dialoga diretamente com a proposta do *rotAR*, que visa tornar o fenômeno da precessão tangível e manipulável para os estudantes do ensino médio.

Do ponto de vista pedagógico mais amplo, Gallo (2024) oferece uma análise abrangente sobre os impactos da RA na educação, destacando três eixos principais: a simplificação de conceitos complexos, o estímulo ao engajamento discente e o enfrentamento dos desafios de implementação tecnológica. A autora defende que a RA favorece experiências de aprendizagem mais ativas e colaborativas, promovendo uma construção do conhecimento mais dinâmica e adaptada às demandas contemporâneas. As conclusões do estudo corroboram a ideia de que, ao integrar visualizações tridimensionais e interatividade, a RA se posiciona como ferramenta transformadora no ensino de disciplinas tradicionalmente consideradas abstratas, como a Física.

Um exemplo direto da aplicação da RA no ensino do momento angular é apresentado por França e Silva (2020), que desenvolveram o software *RVA_360*, voltado para a visualização imersiva e semi-imersiva dessa grandeza física. Utilizando fundamentos da Teoria da Carga Cognitiva e da Visualização no Ensino de Ciências, os autores buscaram reduzir a sobrecarga cognitiva dos estudantes ao tornar os conceitos visuais mais acessíveis. O uso de dispositivos como o *Oculus Rift* e versões para celulares Android mostra a preocupação em ampliar o acesso às diferentes formas de imersão. O processo de validação, com a participação de professores, reforça a relevância da proposta. Este trabalho tem grande sintonia com o *rotAR*, que também foca na visualização e manipulação de vetores físicos, embora com menor nível de imersividade.

Forte e Kirner (2009) também discutem a inserção da RA como ferramenta integradora entre teoria e prática no processo educativo. Os autores apresentam uma proposta

baseada na experimentação mediada por RA, onde a interatividade permite que os alunos construam significados a partir da manipulação ativa dos objetos de estudo. A pesquisa enfatiza que, ao superar a dicotomia entre teoria e prática, a RA favorece a aprendizagem significativa e o protagonismo do estudante. Esse argumento reforça o diferencial do *rotAR*, cujo design pedagógico busca exatamente essa convergência entre conceitos abstratos, manipulação visual e compreensão prática.

A partir de uma ampla revisão da literatura, Al-masarweh (2021) identificou um aumento significativo no número de estudos que investigam a aplicação da RA no ensino de Física. Ao analisar 102 publicações entre 2000 e 2021, o autor conclui que a tecnologia tem potencial comprovado para melhorar a compreensão conceitual, a motivação e o desempenho dos estudantes. O estudo também alerta para alguns desafios técnicos e pedagógicos, como problemas de usabilidade e risco de sobrecarga cognitiva. Tais achados são importantes para o desenvolvimento de ferramentas como o *rotAR*, pois ressaltam a importância de um equilíbrio entre interatividade, clareza conceitual e acessibilidade tecnológica, especialmente quando se busca integrar tais recursos ao currículo de maneira complementar, e não substitutiva.

Nesse mesmo sentido, Dornel *et al.* (2019) relataram a aplicação de um Caderno Pedagógico com recursos de RA para o ensino de eclipses e a comprovação da Teoria da Relatividade Geral. A intervenção foi realizada em uma escola pública do Espírito Santo como parte do PIBID e mostrou que a tecnologia, quando associada a conteúdo da Física Moderna e à História da Ciência, desperta grande interesse entre os alunos. A estratégia adotada valoriza a contextualização histórica e científica, aproximando os estudantes de temas complexos por meio de uma abordagem visual e interativa — um princípio igualmente explorado no *rotAR*, ao transformar vetores abstratos como torque e momento angular em elementos manipuláveis na tela.

Em uma análise mais abrangente, Billingham e Duenser (2012) argumentam que a RA pode superar limitações das interfaces tradicionais de ensino ao permitir a manipulação direta de conteúdos digitais integrados ao mundo físico. Através da sobreposição de elementos virtuais a objetos reais, a tecnologia favorece a compreensão de relações espaciais e temporais, além de promover experiências colaborativas. Os autores observam que os resultados de estudos com aplicações educacionais de RA têm sido largamente positivos, tanto no ensino fundamental quanto no médio, embora ressaltem a necessidade de investigações mais profundas sobre os impactos específicos da tecnologia no desempenho acadêmico. No caso do *rotAR*, essa capacidade de visualização tridimensional é aproveitada

para tornar acessíveis os vetores físicos envolvidos na precessão de um giroscópio, conectando teoria e fenômeno em tempo real.

Por fim, Adly, Nasser e Sharaf (2021) apresentaram o desenvolvimento de um jogo educativo com RA voltado para crianças, com o objetivo de introduzir conceitos básicos de Física de forma lúdica. A proposta destaca-se por explorar o potencial da RA no engajamento precoce dos alunos com a ciência, promovendo uma abordagem mais intuitiva e divertida para temas tradicionalmente considerados difíceis. Embora o público-alvo do *rotAR* seja o Ensino Médio, a inspiração em jogos sérios e na gamificação da aprendizagem está presente em sua concepção, especialmente no estímulo à curiosidade e à exploração ativa por parte do estudante.

Diante das evidências analisadas, torna-se evidente que a Realidade Aumentada vem se consolidando como uma poderosa aliada no ensino de Física, especialmente quando se trata da representação e compreensão de fenômenos complexos e abstratos. Diversas experiências relatadas na literatura apontam não apenas para ganhos conceituais e melhora no desempenho discente, mas também para o aumento da motivação, do engajamento e da autonomia no processo de aprendizagem. Ao possibilitar a visualização tridimensional e a manipulação interativa de elementos físicos, a RA transforma conteúdos antes inacessíveis em experiências tangíveis e significativas. Além disso, a variedade de estratégias — que vão desde simulações de circuitos, visualização de campos magnéticos e estudo de superfícies topográficas até o uso de jogos educativos — revela a flexibilidade e o alcance dessa tecnologia em diferentes níveis de ensino e áreas da Física. Nesse contexto, iniciativas como o *rotAR* integram-se a um movimento maior de inovação pedagógica, reafirmando o potencial da Realidade Aumentada como ferramenta eficaz na promoção de uma educação científica mais acessível, intuitiva e conectada com as demandas do século XXI.

3 OBJETIVOS DO TRABALHO

Objetivo Geral:

Desenvolver e aplicar o *rotAR*, um recurso educacional em Realidade Aumentada voltado para o ensino de precessão giroscópica, com o objetivo de promover a compreensão conceitual e vetorial desse fenômeno físico por meio da exploração ativa e visual de simulações tridimensionais.

Objetivos Específicos:

- Investigar as principais dificuldades conceituais enfrentadas por estudantes do Ensino Médio ao aprenderem sobre momento angular, torque e precessão;

- Construir um aplicativo em Realidade Aumentada que permita a manipulação de variáveis e a visualização de vetores envolvidos no movimento de precessão;
- Articular o desenvolvimento do produto aos princípios da pedagogia construcionista de Seymour Papert, promovendo aprendizagem significativa através da experimentação digital;
- Planejar e aplicar uma sequência didática composta por aula teórica e uso do rotAR em sala de aula, considerando diferentes etapas de abordagem do conteúdo;
- Avaliar o impacto do uso do rotAR na compreensão dos estudantes por meio de uma atividade diagnóstica com questões conceituais e aplicadas sobre precessão.

4 METODOLOGIA

A presente pesquisa é de natureza qualitativa e aplicada, com o objetivo de desenvolver, adaptar e aplicar uma ferramenta educacional tecnológica voltada ao ensino da dinâmica de corpos rígidos em rotação no Ensino Médio. A metodologia adotada está organizada em quatro etapas complementares, que serão aprofundadas em capítulos posteriores, mas que já podem ser apresentadas de forma integrada neste capítulo introdutório do percurso metodológico.

A primeira etapa correspondeu à revisão bibliográfica, realizada com base em artigos científicos, livros didáticos e dissertações voltadas ao ensino de Física, com ênfase em três eixos principais: o uso de ferramentas computacionais aplicadas à dinâmica de corpos rígidos, a utilização da realidade aumentada no contexto educacional e a abordagem da rotação nos livros didáticos de Física do Ensino Médio e superior. Essa etapa fundamentou a proposta e possibilitou compreender os principais desafios e lacunas no ensino do conteúdo de rotação, além de subsidiar teoricamente a concepção do produto educacional.

A segunda etapa concentrou-se no estudo das plataformas Unity e Vuforia, utilizadas para a criação do aplicativo *rotAR*. A plataforma Unity, amplamente empregada no desenvolvimento de jogos e simulações interativas, foi explorada em conjunto com o motor de RA fornecido pela Vuforia, permitindo a construção de ambientes tridimensionais sobrepostos ao mundo real. O processo envolveu aprendizado prático e progressivo das funcionalidades dessas ferramentas, com foco na implementação de elementos gráficos vetoriais, animações e interações baseadas em eventos físicos. Especificamente, o *rotAR* foi desenvolvido para representar o fenômeno da precessão giroscópica — um movimento complexo decorrente da variação do momento angular em função da aplicação de um torque. A ferramenta permite que o usuário visualize e manipule vetores tridimensionais

correspondentes ao momento angular, ao torque e à sua variação, possibilitando a compreensão conceitual desse fenômeno geralmente abordado de forma abstrata no ensino tradicional de Física.

Com o protótipo funcional em desenvolvimento, a terceira etapa metodológica consistiu na adaptação pedagógica da ferramenta, com base nos princípios do construcionismo proposto por Seymour Papert. A proposta foi ajustada para promover um ambiente de exploração ativa e significativa, valorizando a interação do estudante com os objetos de aprendizagem e incentivando a construção do conhecimento a partir de experiências visuais e manipuláveis. A interface do *rotAR* foi elaborada com elementos intuitivos, botões de apoio, legendas e recursos que favorecem a compreensão de fenômenos complexos por meio da visualização tridimensional.

Por fim, a quarta etapa envolveu a aplicação da ferramenta em sala de aula, em contexto real com estudantes do Ensino Médio. A proposta foi realizada com mediação docente e incluiu momentos de contextualização teórica, uso do aplicativo pelos estudantes e rodas de discussão sobre os conceitos envolvidos. O processo de coleta de dados se deu por meio de observações diretas e registros das percepções dos alunos, buscando identificar como a ferramenta contribuiu para a aprendizagem do conteúdo de rotação e quais foram os desafios enfrentados na prática. Essa etapa permitiu avaliar o potencial pedagógico do *rotAR* e levantar reflexões para aprimoramentos futuros.

5 DINÂMICA DE CORPOS RÍGIDOS (FÍSICA DO EXPERIMENTO)

Neste capítulo tratamos da física por trás da simulação (a física do giroscópio). A fundamentação teórica e toda a análise matemática aqui apresentada foram extraídas de três obras de referência em Mecânica: *Curso de Física Básica – Volume 1: Mecânica* (Herch Moysés Nussenzveig), *Física de Sears & Zemansky – Volume 1: Mecânica* (Hugh D. Young; Roger A. Freedman) e *Mecânica Clássica* (John R. Taylor). Com base nesses referenciais, iniciamos pelos referenciais em rotação, evidenciando porque surgem forças aparentes no sistema. Em seguida, retomamos o conceito de momento angular e sua relação com o torque, preparando o terreno para a descrição da rotação de um corpo rígido em torno de um eixo fixo e o papel do momento de inércia (ou do tensor, quando necessário). Por fim, compreendemos a precessão do pião/giroscópio como resposta ao torque gravitacional, que redireciona o momento angular e dá origem à velocidade de precessão.

5.1. REFERENCIAIS EM ROTAÇÃO

O estudo da dinâmica de corpos rígidos é altamente complexo e demanda uma análise matemática detalhada, especialmente no que diz respeito à consideração dos referenciais. Quando se trata de referenciais não inerciais, além das forças convencionais descritas por Newton, surgem forças fictícias, ou “não newtonianas”, que influenciam o movimento.

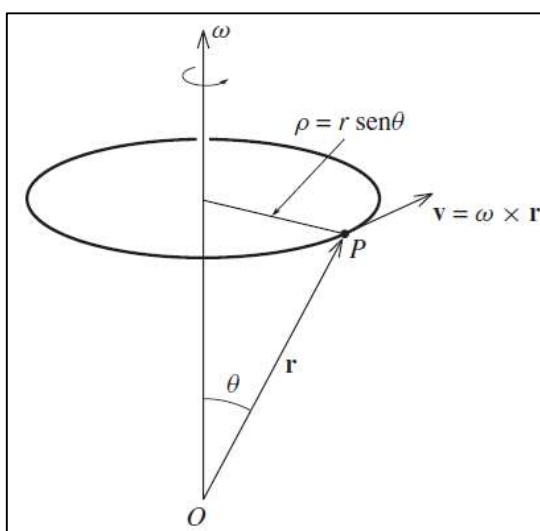
Na análise linear, partindo de um referencial não inercial, a expressão para estas forças pode ser formulada da seguinte maneira:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} - m\vec{A} \quad (1)$$

- $\ddot{\vec{r}} \rightarrow$ Aceleração do objeto;
- $\vec{A} \rightarrow$ Aceleração do referencial não inercial;
- $(-m\vec{A}) \rightarrow$ Força inercial ou fictícia.

No caso da dinâmica de rotação, a análise torna-se ainda mais complexa. Para isso, é necessário considerar as grandezas angulares. Vale ressaltar que a velocidade angular em torno do eixo z é orientada de acordo com a regra da mão direita, como ilustrado na Figura 1 abaixo.

Figura 1 - Representação do movimento de rotação.



Fonte: TAYLOR, John R. *Mecânica Clássica*. Tradução de Waldir Leite Roque. Porto Alegre: Bookman, 2013. Figura 9.7, p. 338.

Considerando um referencial “S” como referencial não inercial (junto ao movimento) e um referencial “S₀” como referencial inercial (vendo o movimento de fora), teremos o seguinte:

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{S_o} = \omega r \sin(\theta) \hat{\phi} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (2)$$

Analisando em “S”, um vetor genérico $\vec{Q}$, sabemos que ele será o somatório das suas componentes nos eixos:

$$\vec{Q} = \sum_{i=1}^3 Q_i \hat{e}_i \quad (3)$$

Onde sua derivada temporal será:

$$\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_S = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{dQ_i}{dt}\right)_S \hat{e}_i \quad (4)$$

Em “S_o”, não são apenas as componentes Q_1 , Q_2 e Q_3 que sofrem variação. Os vetores $\hat{e}_i$ também se alteram. No entanto, os $\hat{e}_i$ são vetores fixos no referencial “S”, e já sabemos como se comporta a taxa de variação dos vetores fixos em “S”. Assim, podemos expressar a seguinte relação:

$$\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_{S_o} = \left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_S + \vec{\omega} \times \vec{Q} \quad (5)$$

Trocando agora o vetor genérico $\vec{Q}$ por $\vec{r}$:

$$\vec{v}_{S_o} = \vec{v}_S + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (6)$$

Desenvolvendo a aceleração:

$$\left(\frac{d}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{S_o} = \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S + \vec{\omega} \times \vec{r} \right]_S + \vec{\omega} \times \left[\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S + \vec{\omega} \times \vec{r} \right] \quad (7)$$

$$\ddot{\vec{r}}_{S_o} = \ddot{\vec{r}}_S + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}_S + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}_S + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (8)$$

$$\ddot{\vec{r}}_{S_o} = \ddot{\vec{r}}_S + 2(\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}_S) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (9)$$

$$m\ddot{\vec{r}}_S = m\ddot{\vec{r}}_{S_o} - 2m(\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}_S) - m[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \quad (10)$$

- $m\ddot{\vec{r}}_S \rightarrow$ força newtoneana no referencial girante;
- $m\ddot{\vec{r}}_{S_o} \rightarrow$ força newtoneana no referencial inercial;
- $\{-m[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})]\} \rightarrow$ força centrífuga;
- $\{-2m(\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}_S)\} \rightarrow$ força de coriolis.

Com base nesse entendimento, podemos aplicar esse conhecimento para analisar a dinâmica de um corpo rígido. É necessário dividir seu movimento rotacional em dois componentes: movimento de translação pura em relação ao centro de massa e rotação pura em torno do centro de massa. Um corpo rígido é caracterizado por dois pontos quaisquer em seu

interior, cujas distâncias relativas nunca variam, representando uma extrapolação macroscópica. É importante, então, definir claramente o conceito de centro de massa de um sistema discreto de partículas e de um corpo rígido:

$$\vec{R} = \frac{\sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}}{\sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha}} = \frac{1}{M} \sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \rightarrow (\text{corpo com várias partículas } "a") \quad (11)$$

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \int \vec{r} \, dm \rightarrow (\text{corpo rígido}) \quad (12)$$

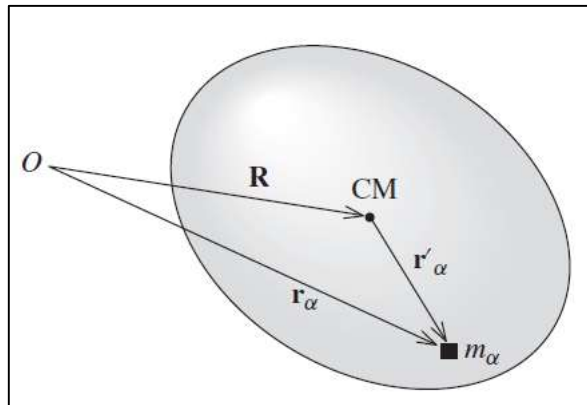
Também é importante demonstrar que o momento total de um sistema está relacionado com o centro de massa. Momento linear:

$$\vec{P} = \sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha} \dot{\vec{r}}_{\alpha} = M \dot{\vec{R}} \rightarrow (\text{momento linear em função do centro de massa}). \quad (13)$$

5.2. UM POUCO SOBRE MOMENTO ANGULAR

Entendendo como funcionam os referenciais de rotação, vamos fazer a análise do momento angular de um corpo rígido. Para isto, precisamos levar em consideração a posição de um ponto de referência “O” em relação ao centro de massa do objeto e em relação a um ponto qualquer do corpo como mostra a Figura 2 abaixo.

Figura 2 - Um corpo rígido (ilustrado aqui como um elipsoide) é formado por muitos pedaços pequenos, $\alpha = 1, \dots, N$. A massa de um pedaço pequeno típico é m_{α} e sua posição relativa à origem O é $\vec{r}_{\alpha}$. A posição do CM relativa à O é $\vec{R}$, e $\vec{r}'_{\alpha}$ denota a posição de m_{α}



Fonte: TAYLOR, John R. *Mecânica Clássica*. Tradução de Waldir Leite Roque. Porto Alegre: Bookman, 2013. Figura 10.1, p. 369.

$$\vec{r}'_{\alpha} = \vec{r}_{\alpha} - \vec{R} \quad (14)$$

$$\vec{r}'_{\alpha} + \vec{R} = \vec{r}_{\alpha} \quad (15)$$

$$\vec{l} \text{ (momento angular)} = \vec{r} \times \vec{P} = m \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \quad (16)$$

$$\vec{l} = \sum \vec{l}_\alpha = \sum \vec{r}_\alpha \times \vec{P}_\alpha \quad (17)$$

$$\vec{l} = \sum m_\alpha \vec{r}_\alpha \times \dot{\vec{r}}_\alpha \quad (18)$$

$$\vec{l} = \sum m_\alpha (\vec{r}'_\alpha + \vec{R}) \times (\dot{\vec{r}}'_\alpha + \dot{\vec{R}}) \quad (19)$$

$$\vec{l} = \sum m_\alpha (\vec{r}'_\alpha \times \dot{\vec{r}}'_\alpha + \vec{r}'_\alpha \times \dot{\vec{R}} + \vec{R} \times \dot{\vec{r}}'_\alpha + \vec{R} \times \dot{\vec{R}}) \quad (20)$$

$$\vec{l} = M\vec{R} \times \dot{\vec{R}} + \left(\sum_\alpha m_\alpha \vec{r}'_\alpha \right) \times \dot{\vec{R}} + \vec{R} \times \left(\sum_\alpha m_\alpha \dot{\vec{r}}'_\alpha \right) + \sum_\alpha \vec{r}'_\alpha \times m_\alpha \dot{\vec{r}}'_\alpha \quad (21)$$

- $\sum_\alpha m_\alpha \vec{r}'_\alpha = 0 \rightarrow$ posição do CM quando a origem é o próprio centro de massa;
- $\sum_\alpha m_\alpha \dot{\vec{r}}'_\alpha = 0 \rightarrow$ velocidade do centro de massa em relação a ele mesma.

$$\vec{l} = \vec{R} \times \vec{P} + \sum_\alpha \vec{r}'_\alpha \times m_\alpha \dot{\vec{r}}'_\alpha \quad (22)$$

$$\vec{R} \times \vec{P} \rightarrow \vec{l}_{orbital} \quad (23)$$

$$\sum_\alpha \vec{r}'_\alpha \times m_\alpha \dot{\vec{r}}'_\alpha \rightarrow \vec{l}_{spin}(\text{relativo ao centro de massa}) \quad (24)$$

Neste caso, o $\vec{l}_{orbital}$ seria equivalente ao momento angular de translação da terra ao redor do sol, já o $\vec{l}_{spin}$ seria o momento angular relativo à rotação da terra no seu próprio centro de massa.

Sabe-se também que a derivada do momento linear pode ser dada por:

$$\dot{\vec{P}} = \sum m_\alpha \ddot{\vec{r}}_\alpha = m_\alpha \ddot{\vec{R}} = \vec{F}_{ext} \text{ (relativa ao centro de massa)} \quad (25)$$

Se quisermos derivar o momento angular:

$$\dot{\vec{l}} = \sum m_\alpha \dot{\vec{r}}_\alpha \times \dot{\vec{r}}_\alpha \quad (26)$$

$$\dot{\vec{l}} = \sum \vec{r}_\alpha \times m_\alpha \ddot{\vec{r}}_\alpha = \sum \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_{ext_\alpha} \quad (27)$$

Para determinar a taxa de variação total do momento angular, basta calcular o torque produzido por cada uma das forças externas que agem nas diferentes partículas que compõem o sistema.

$$\dot{\vec{l}} = \sum \vec{r}_\alpha \times m_\alpha \ddot{\vec{r}}_\alpha = \sum \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_{ext_\alpha} = \vec{\delta}_{ext} \quad (28)$$

$\vec{F}_{ext_\alpha}$ (força externa atuando em cada partícula α)

Onde $\vec{F}_{ext\alpha}$ é a força externa atuando em cada partícula. Para determinar a taxa de variação do momento angular orbital:

$$\vec{l}_{orbital} = \vec{R} \times \vec{P} \quad (29)$$

$$\dot{\vec{l}}_{orbital} = \vec{R} \times \dot{\vec{P}} = \vec{R} \times \vec{F}_{ext} \quad (30)$$

Onde $\vec{F}_{ext}$ é a força externa total relativa ao centro de massa. Desta forma, a derivada do momento angular orbital representa um *torque* da resultante das forças externas relativas a origem “O” da figura. Seria o equivalente a todas as forças sendo aplicadas no centro de massa. Para determinar o momento angular de “Spin”:

$$\vec{l}_{spin} = \vec{l} - \vec{l}_{orb} \quad (31)$$

$$\dot{\vec{l}}_{spin} = \dot{\vec{l}} - \dot{\vec{l}}_{orb} = \sum \vec{r}_\alpha \times \vec{F}_{ext\alpha} - \vec{R} \times \vec{F}_{ext} \quad (32)$$

Substituindo $\vec{r}_\alpha$ por $\vec{r}'_\alpha + \vec{R}$:

$$\dot{\vec{l}}_{spin} = \dot{\vec{l}} - \dot{\vec{l}}_{orb} = \sum (\vec{r}'_\alpha + \vec{R}) \times \vec{F}_{ext\alpha} - \vec{R} \times \vec{F}_{ext} \quad (33)$$

$$\dot{\vec{l}}_{spin} = \dot{\vec{l}} - \dot{\vec{l}}_{orb} = \sum \vec{r}'_\alpha \times \vec{F}_{ext\alpha} + \vec{R} \times \vec{F}_{ext} - \vec{R} \times \vec{F}_{ext} \quad (34)$$

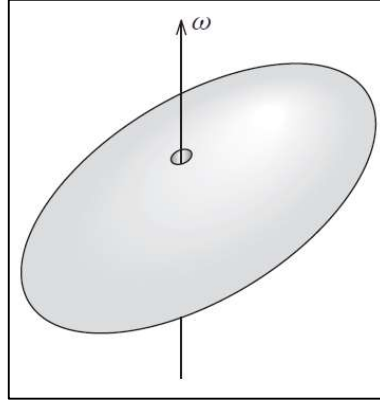
$$\dot{\vec{l}}_{spin} = \dot{\vec{l}} - \dot{\vec{l}}_{orb} = \sum \vec{r}'_\alpha \times \vec{F}_{ext\alpha} = \vec{\delta}'_{ext} \quad (35)$$

Onde $\vec{\delta}'_{ext}$ é o torque externo relativo ao centro de massa. Algumas leis de conservação surgem desta análise: se $\vec{\delta}'_{ext} = 0$ (acontece em forças centrais), $\vec{r}'_\alpha$ e $\vec{F}_{ext\alpha}$ tem o mesmo sentido.

5.3. ROTAÇÃO DE UM CORPO RÍGIDO EM TORNO DE UM EIXO FIXO

Analisando a Figura 3 abaixo, temos um corpo rígido que gira em torno de um eixo fixo (pode ser o eixo Z – vertical para cima). Todos os pontos do corpo executam movimento circular em torno do eixo. Logo seu momento angular total será:

Figura 3 - Bloco de madeira em forma de disco com um orifício através do qual está preso à haste, que está fixa sobre o eixo z. O bloco está girando com velocidade angular ω .



Fonte: TAYLOR, John R. *Mecânica Clássica*. Tradução de Waldir Leite Roque. Porto Alegre: Bookman, 2013. Figura 10.2, p. 372.

$$\vec{l} = \sum m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \times \dot{\vec{r}}_{\alpha} \quad (36)$$

$$\dot{\vec{r}}_{\alpha} = \vec{v}_{\alpha} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{\alpha} \quad (37)$$

$$\vec{l} = \sum m_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{\alpha}) \quad (38)$$

Escrevendo as coordenadas dos vetores $\vec{r}_{\alpha}$ e $\vec{r}'_{\alpha}$ (escolheremos o eixo paralelo a velocidade angular):

$$\vec{\omega} = \omega \hat{z} \quad (39)$$

$$\vec{r}_{\alpha} = x_{\alpha} \hat{x} + y_{\alpha} \hat{y} + z_{\alpha} \hat{z} \quad (40)$$

$$\vec{\omega} \times \vec{r}_{\alpha} = \omega x_{\alpha} \hat{y} - \omega y_{\alpha} \hat{x} \quad (41)$$

$$\vec{r}_{\alpha} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{\alpha}) = \omega x_{\alpha}^2 \hat{z} + \omega y_{\alpha}^2 \hat{z} - \omega x_{\alpha} z_{\alpha} \hat{x} - \omega y_{\alpha} z_{\alpha} \hat{y} \quad (42)$$

$$\vec{l} = \sum m_{\alpha} [\omega x_{\alpha}^2 \hat{z} + \omega y_{\alpha}^2 \hat{z} - \omega x_{\alpha} z_{\alpha} \hat{x} - \omega y_{\alpha} z_{\alpha} \hat{y}] \quad (43)$$

$$= \sum \omega m_{\alpha} [(x_{\alpha}^2 + y_{\alpha}^2) \hat{z} - x_{\alpha} z_{\alpha} \hat{x} - y_{\alpha} z_{\alpha} \hat{y}]$$

$$\vec{l} = \omega \left[\sum m_{\alpha} (-x_{\alpha} z_{\alpha}) \hat{x} + \sum m_{\alpha} (-y_{\alpha} z_{\alpha}) \hat{y} + \sum m_{\alpha} (x_{\alpha}^2 + y_{\alpha}^2) \hat{z} \right] \quad (44)$$

$$\vec{l}_z = \sum \omega m_{\alpha} (x_{\alpha}^2 + y_{\alpha}^2) \hat{z} \quad (45)$$

$$x_{\alpha}^2 + y_{\alpha}^2 = \rho_{\alpha}^2 \quad (46)$$

Neste caso, ρ_{α}^2 equivale a distância até o eixo de rotação. O produto entre massa da partícula e ρ_{α}^2 remete ao momento de inércia. Neste caso, em relação ao eixo z:

$$l_z = I_z \omega \quad (47)$$

Temos também o l_x e o l_y que aparecem como produtos de inércia.

- $\vec{l}_{xz} = -\sum m_\alpha (-x_\alpha z_\alpha) \hat{x} \rightarrow \text{Momento angular em x quando } \omega_z;$
- $\vec{l}_{yz} = \sum m_\alpha (-y_\alpha z_\alpha) \hat{y} \rightarrow \text{Momento angular em y quando } \omega_z.$

Utilizar o termo “ I_{zz} ” significa o momento angular no eixo “z” quando a velocidade angular também está na direção “z”. Logo:

$$\vec{l} = (I_{xz} \hat{x} + I_{yz} \hat{y} + I_{zz} \hat{z}) \omega \quad (48)$$

Esta análise está restrita a situação em que a velocidade angular aponta no eixo z, contudo a ferramenta matemática que permita fazer uma análise quando ω estiver associada aos 3 eixos pode ser adquirida da seguinte forma:

$$\vec{\omega} = \omega_x \hat{x} + \omega_y \hat{y} + \omega_z \hat{z} \quad (49)$$

$$\vec{r}_\alpha = x_\alpha \hat{x} + y_\alpha \hat{y} + z_\alpha \hat{z} \quad (50)$$

Utilizando a propriedade do cálculo vetorial:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \rightarrow \text{propriedade} \quad (51)$$

Substituindo os vetores genéricos pelos que estamos utilizando:

$$\vec{r}_\alpha \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_\alpha) = (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha) \cdot \vec{\omega} - (\vec{r}_\alpha \cdot \vec{\omega}) \cdot \vec{r}_\alpha \quad (52)$$

Em x:

$$(x^2 + y^2 + z^2) \omega_x - (x \omega_x + y \omega_y + z \omega_z) x \quad (53)$$

Em y:

$$(x^2 + y^2 + z^2) \omega_y - (x \omega_x + y \omega_y + z \omega_z) y \quad (54)$$

Em z:

$$(x^2 + y^2 + z^2) \omega_z - (x \omega_x + y \omega_y + z \omega_z) z \quad (55)$$

Logo:

$$l_x = I_{xx} \omega_x + I_{xy} \omega_y + I_{xz} \omega_z \quad (56)$$

$$l_y = I_{yx} \omega_x + I_{yy} \omega_y + I_{yz} \omega_z \quad (57)$$

$$l_z = I_{zx} \omega_x + I_{zy} \omega_y + I_{zz} \omega_z \quad (58)$$

Podemos escrever estas expressões de forma sintética (Forma tensorial):

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \rightarrow \text{Tensor de 2ª ordem (3}^2\text{)} \quad (59)$$

Onde podemos representar os vetores “momento angular” e “velocidade angular” como vetores coluna:

$$\vec{l} = \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{pmatrix} \quad (60)$$

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (61)$$

Podemos, portanto, escrever as 3 equações anteriores como:

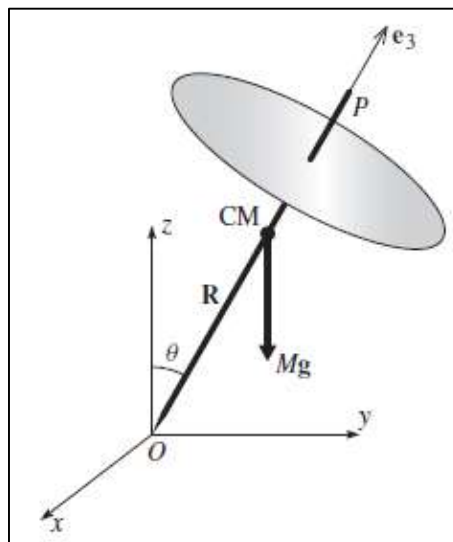
$$\vec{l} = \vec{I} \times \vec{\omega} \quad (62)$$

Os elementos I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} estão na diagonal principal e representam os *eixos principais de inércia*.

5.4. PRECESSÃO DE UM PIÃO OU GIROSCÓPIO

O fenômeno de precessão, como mostra na figura 4 abaixo, é um dos mais fascinantes da dinâmica de rotação. Para compreendê-lo adequadamente, é fundamental revisar os conceitos abordados anteriormente sobre referenciais de rotação. Relembrando:

Figura 4 - Um pião é feito por uma haste OP, normalmente presa através do centro de um disco circular uniforme, e livre para mover-se sobre sua ponta em O. Sua massa total é M e R denota a posição do CM relativa a O. Os eixos principais do pião estão nas direções do vetor unitário e_3 , ao longo do eixo de simetria do pião e de quaisquer dois vetores e_1 e e_2 ortogonais entre si e perpendiculares a e_3 . O peso do pião produz um torque que causa variação no momento angular.



Fonte: TAYLOR, John R. *Mecânica Clássica*. Tradução de Waldir Leite Roque. Porto Alegre: Bookman, 2013. Figura 10.7, p. 393.

$$\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_{S_0} = \left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_S + \vec{\omega} \times \vec{Q} \quad (63)$$

- S_0 : Referencial fixo;
- S : referencial que gira com velocidade ω em relação;
- $\hat{e}_3$: eixo principal de inércia.

Se o volante gira em torno de um eixo principal de inércia (e_3), a matriz de inércia é diagonal:

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (64)$$

Os autovalores λ_1, λ_2 e λ_3 são os momentos de inércia relativos aos eixos principais. Se o volante está girando em torno de $\hat{e}_3$:

$$\vec{\omega} = \omega \hat{e}_3 \quad (65)$$

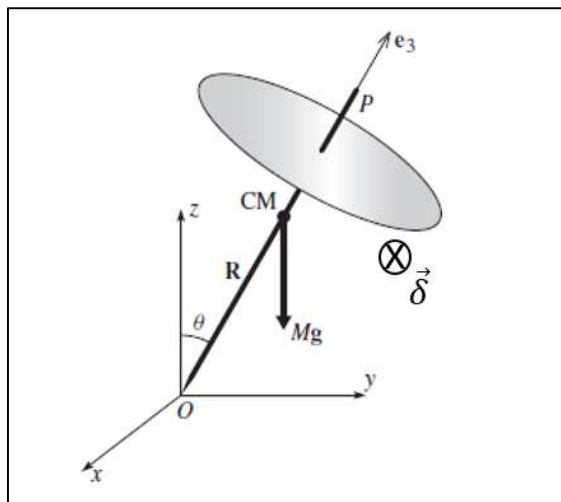
$$\vec{l} = \vec{I} \cdot \vec{\omega} = \lambda_3 \omega \hat{e}_3 \quad (66)$$

O fenômeno de precessão surge por conta um torque agindo no volante devido sua inclinação e a ação da força de atração gravitacional da terra. Aparece um torque externo dado pela expressão:

$$\vec{\delta} = \vec{R} \times \vec{P} = \vec{R} \times m\vec{g} \quad (67)$$

Este torque aponta para “dentro” da figura 5 abaixo:

Figura 5 - Representação de para onde aponta o torque.



Fonte: TAYLOR, John R. *Mecânica Clássica*. Tradução de Waldir Leite Roque. Porto Alegre: Bookman, 2013. Figura 10.7, p. 393.

Se esse torque for suficientemente fraco, teremos o movimento de precessão sendo observado. Este torque está relacionado a variação da direção do momento angular:

$$\left(\frac{d\vec{l}}{dt}\right)_{s_o} = \vec{\delta} = \vec{R} \times m\vec{g} = R\hat{e}_3 \times (-mg)\hat{z} \quad (68)$$

$$\lambda_3 \omega \dot{\hat{e}}_3 = -Rgm \hat{e}_3 \times \hat{z} \quad (69)$$

$$\dot{\hat{e}}_3 = \frac{Rgm}{\lambda_3 \omega} \hat{z} \times \hat{e}_3 \quad (70)$$

Analisando a expressão: $\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_{s_o} = \left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_S + \vec{\omega} \times \vec{Q}$. Se o vetor Q é fixo no referencial girante (S), teremos $\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_S = 0$. Logo, $\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_{s_o} = \vec{\omega} \times \vec{Q}$. Vamos analisar a expressão $\dot{\hat{e}}_3 = \frac{Rgm}{\lambda_3 \omega} \hat{z} \times \hat{e}_3$:

$$\vec{Q} = \hat{e}_3 \quad (71)$$

$$\left(\frac{d\vec{Q}}{dt}\right)_{s_o} = \dot{\hat{e}}_3 \quad (72)$$

$$\vec{\Omega} = \frac{R \cdot m \cdot g}{\lambda_3 \cdot \omega} \hat{z} \rightarrow \text{velocidade de precessão} \quad (73)$$

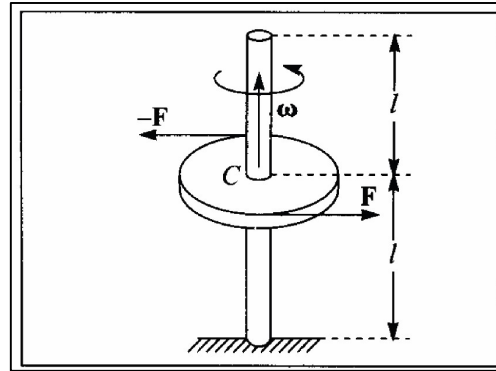
λ_3 – Momento de inércia

Temos, portanto, que $\Omega \ll \omega$.

5.5. MAIS SOBRE PRECESSÃO

Entendido o que significa a precessão de um giroscópio, podemos fazer mais algumas análises sobre seu funcionamento. Fazendo, por exemplo, atuar um torque que seja **paralelo** ao momento angular do volante (figura 6), este torque tenderá a aumentar ou diminuir a magnitude da velocidade angular ou, conseqüentemente, o momento angular. Contudo, se o torque atuar perpendicularmente ao momento angular (figura 7 – Quadro da esquerda), o que ocorrerá é a variação da direção e sentido do vetor momento angular, mantendo sua intensidade.

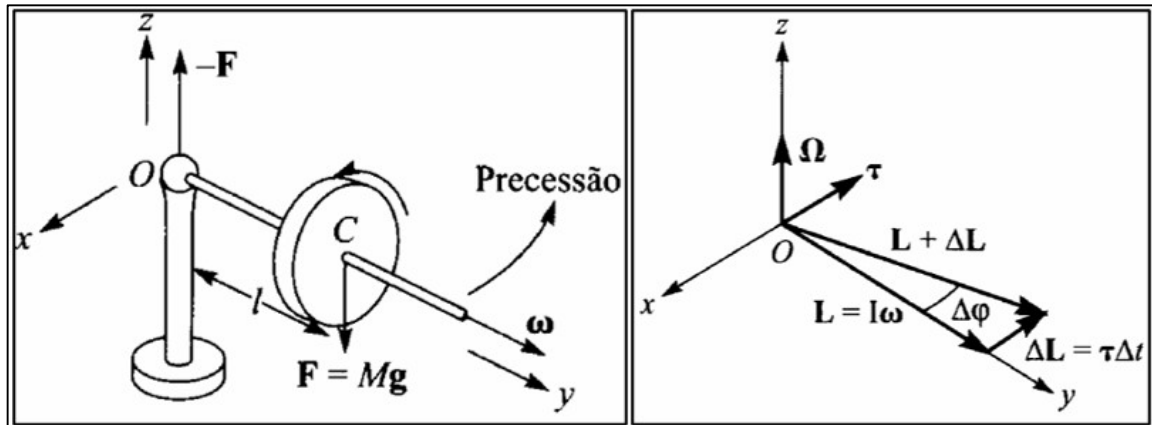
Figura 6 - Representação do giroscópio



Fonte: MOISÉS, José. *Física 1: Mecânica e Termodinâmica*. 4. ed. São Paulo: Editora Moisés, 2010, p. 271.

Desta forma, por meio da mesma lógica associada ao movimento circular básico, cuja variação da velocidade linear (Δv) é perpendicular ao vetor velocidade (v), o vetor momento angular (l) vai girar com um ângulo $\Delta\varphi$ (como mostra a figura 7 – Quadro da direita). Consequentemente

Figura 7 - Precessão de giroscópio com eixo horizontal



Fonte: MOISÉS, José. *Física 1: Mecânica e Termodinâmica*. 4. ed. São Paulo: Editora Moisés, 2010, p. 271.

$$\Delta l = l \cdot \Delta\varphi = \delta \cdot \Delta t \quad (74)$$

Onde variação temporal deste ângulo φ representa a velocidade de precessão Ω . Resultando em

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega = \frac{\delta}{l} = \frac{MgR}{I\omega} \quad (75)$$

Podemos dizer que conforme o torque gira acompanhando a variação angular, o momento angular busca acompanhar o torque mantendo sempre a perpendicularidade. Analisando a figura 8 (quadro da esquerda), percebemos que para um ângulo $\frac{\pi}{2} > \theta > 0$, a

magnitude do torque passa a ser $\delta = mgR\sin(\theta)$ e, portanto, analisando a figura 8 (Quadro da direita) podemos concluir também que

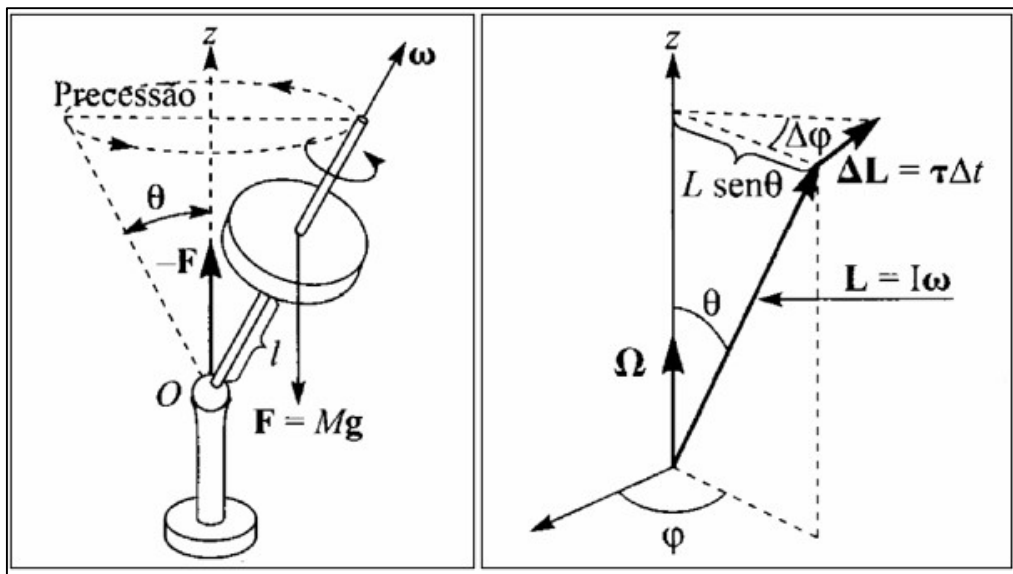
$$\Delta l = l \cdot \sin(\theta) \Delta\varphi = \delta \cdot \Delta t \quad (76)$$

$$l \cdot \sin(\theta) \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \delta \quad (77)$$

$$l \cdot \sin(\theta) \Omega = \delta \quad (78)$$

$$\delta = \Omega \times l \quad (79)$$

Figura 8 - Giroscópio com eixo inclinado.



Fonte: MOISÉS, José. *Física I: Mecânica e Termodinâmica*. 4. ed. São Paulo: Editora Moisés, 2010, p. 272.

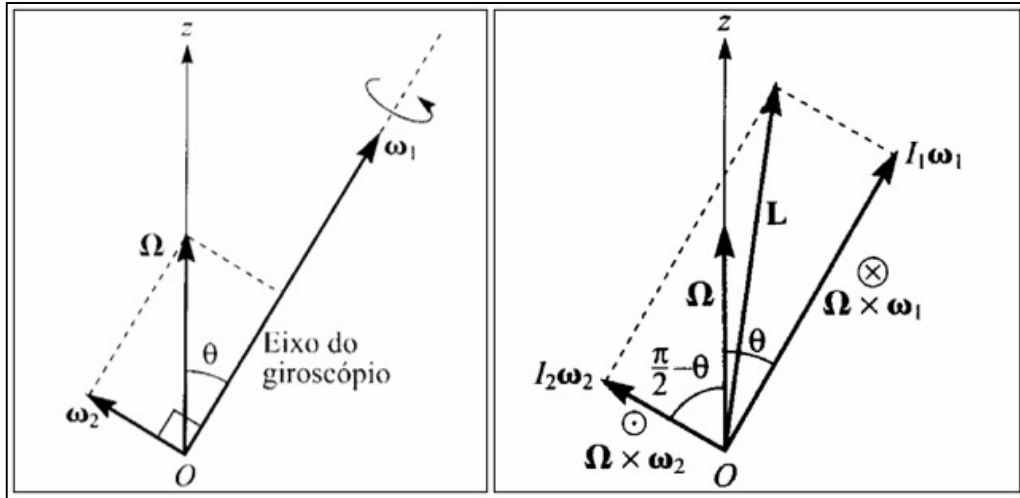
Sabendo disto, a velocidade de precessão será igual a

$$\Omega = \frac{\delta}{l \cdot \sin(\theta)} = \frac{M \cdot g \cdot R \cdot \sin(\theta)}{I \cdot \omega \cdot \sin(\theta)} \quad (80)$$

$$\Omega = \frac{M \cdot g \cdot R}{I \cdot \omega} \quad (81)$$

A análise sobre o funcionamento da precessão feita não está inteiramente correta. A velocidade angular de precessão também contribui para o momento angular total (figura 9 abaixo).

Figura 9 - Velocidade angular de precessão contribuindo para o momento angular total.



Fonte: MOISÉS, José. *Física I: Mecânica e Termodinâmica*. 4. ed. São Paulo: Editora Moisés, 2010, p. 272.

Portanto, $l = l_1 + l_2 = I_1\omega_1 + I_2\omega_2$ e o torque será

$$\delta = \frac{dl}{dt} = \Omega \times l = I_1\Omega \times \omega_1 + I_2\Omega \times \omega_2 \quad (82)$$

Onde,

$$|\Omega \times \omega_1| = \Omega\omega_1 \sin(\theta) \quad (83)$$

$$|\Omega \times \omega_2| = \Omega\omega_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \Omega\omega_2 \cos(\theta) \quad (84)$$

Portanto o torque será,

$$\delta = mgl \sin(\theta) = I_1\Omega\omega_1 \sin(\theta) - I_2\Omega\omega_2 \cos(\theta) \quad (85)$$

Substituindo $\omega_2 = \Omega \sin(\theta)$ e dividindo todos os termos por $\sin(\theta)$ chegamos na equação:

$$mgl = I_1\omega_1\Omega - I_2\cos(\theta)\Omega^2 \quad (86)$$

onde:

- mgl : Módulo do torque do peso (peso mg aplicado a um braço l);
- I_1 : Momento de inércia em torno do eixo de 'spin' (onde gira rápido);
- ω_1 : Velocidade angular do 'spin' do giroscópio;
- I_2 : Momento de inércia em torno de um eixo perpendicular ao de 'spin';
- θ : Ângulo entre o eixo do giroscópio e a vertical;
- Ω : Velocidade angular de precessão (giro lento do eixo em torno da vertical).

Quando $\theta = \pi/2$, temos que $\cos(\theta) = 0$, o que anula o termo Ω^2 da equação anterior. A equação resultante é:

$$mgl = I_1 \omega_1 \Omega \rightarrow \Omega = \frac{mgl}{I_1 \omega_1} \quad (87)$$

Esta fórmula mostra a relação entre a velocidade angular de precessão (Ω), o momento de inércia (I_1), a velocidade angular do giroscópio (ω_1) e o torque aplicado (mgl). Esta solução é a precessão usual observada em experimentos.

Para $\theta \neq \pi/2$, a equação é um quadrático em Ω , com duas soluções possíveis. A equação resultante é:

$$\Omega = \frac{I_1 \omega_1 \pm \sqrt{(I_1 \omega_1)^2 - 4I_2 \cos(\theta) mgl}}{2I_2 \cos(\theta)} \quad (88)$$

Considerando que $I_2 \ll I_1$, a solução tem duas raízes, e podemos aproximá-las dependendo das condições do giroscópio.

Quando o parâmetro $\varepsilon = \frac{4I_2 \cos(\theta) mgl}{(I_1 \omega_1)^2}$ é muito pequeno ($\varepsilon \ll 1$), podemos aproximar a raiz quadrada por série $\left(\sqrt{1 - \varepsilon} \approx 1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)$ e desprezar o segundo termo. A solução resultante é:

$$\Omega_- \approx \frac{m \cdot g \cdot l}{I_1 \cdot \omega_1} \quad (89)$$

Esta é a solução para a precessão lenta, que é observada na prática como o movimento de precessão do giroscópio em torno do eixo vertical. A precessão é inversamente proporcional à velocidade angular do 'spin' do giroscópio. A segunda solução, para a raiz grande, é dada por:

$$\Omega_+ \approx \frac{I_1 \cdot \omega_1}{I_2 \cdot \cos(\theta)} \quad (90)$$

Esta solução representa um segundo tipo de precessão, com uma velocidade angular muito maior, mas difícil de observar, pois ocorre apenas sob condições específicas e é misturada com as nutações do giroscópio.

As duas soluções de precessão são:

1. A precessão lenta (Ω_-), que é o movimento usualmente observado em experimentos;
2. A precessão rápida (Ω_+), que é difícil de observar e ocorre sob condições especiais.

Em aplicações práticas e na simulação de giroscópios, a solução utilizada é a precessão lenta, pois é a que reflete o comportamento típico observado em giroscópios de

laboratório. A precessão rápida geralmente se manifesta como nuações transitórias que não são claramente visíveis.

6 FUNDAMENTOS EM ENSINO

Neste capítulo, serão apresentados os fundamentos pedagógicos que orientam a construção e o uso do *rotAR* em sala de aula, com base em quatro autores cujas contribuições dialogam diretamente com a prática docente: Lev Vygotsky, David Ausubel, Marco Antônio Moreira e Seymour Papert. Suas ideias ajudam a compreender como a aprendizagem pode ser mais significativa quando há mediação, quando se parte do que o aluno já sabe, quando o conhecimento é construído com apoio e intenção pedagógica e quando ferramentas computacionais são utilizadas de forma adequada. A seguir, cada um desses referenciais será explorado, com foco na relação entre teoria e prática, mostrando como o ensino de Física pode ser transformado por meio de abordagens mais humanas, interativas e conectadas com a realidade dos estudantes.

6.1. VYGOTSKY E O PAPEL DA MEDIAÇÃO E DA INTERAÇÃO SOCIAL NA APRENDIZAGEM

A teoria histórico-cultural, proposta por Lev Vygotsky, compreende a aprendizagem como um processo social mediado por instrumentos culturais, entre eles a linguagem, os signos e a interação entre sujeitos. Nesse contexto, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é um conceito-chave, pois revela que o desenvolvimento cognitivo não se limita ao que a criança já é capaz de fazer sozinha, mas também abrange aquilo que ela pode realizar com a mediação de um adulto ou de um par mais experiente (Vygotsky, 2001). Essa ideia é reforçada por Bessa (2018), ao destacar que a mediação pedagógica, para além de transmitir conteúdos, deve promover a internalização de conceitos por meio da relação ativa entre professor e estudante. Ou seja, o ensino deve desafiar o aluno a avançar para além do que já domina, impulsionando o desenvolvimento de suas funções psicológicas superiores.

No ensino de Física, esses princípios ganham especial relevância, dado o alto nível de abstração de muitos conteúdos. A presença do professor como mediador torna-se fundamental para organizar situações de aprendizagem que possibilitem ao estudante compreender, por exemplo, os fundamentos do movimento de precessão em um giroscópio. Fontes e Rodrigues (2023) enfatizam que a mediação docente é um princípio pedagógico que deve orientar a prática de professores reflexivos, que articulam intencionalmente os saberes teóricos e práticos em favor da aprendizagem significativa. Nessa mesma linha, Gehlen, Maldaner e Delizoicov (2010) indicam que o papel da mediação está em possibilitar ao estudante a

reconstrução de conceitos científicos a partir da interação com o meio, o outro e os instrumentos culturais, superando a simples repetição e memorização.

A proposta do *rotAR* se alinha a essas concepções ao ser concebida como uma ferramenta pedagógica que potencializa a mediação no ensino de conceitos abstratos. Por meio da Realidade Aumentada, o aplicativo oferece uma representação interativa e manipulável do funcionamento de um giroscópio, tornando possível visualizar fenômenos que normalmente não são acessíveis na realidade da escola pública. Como apontam Bonfim, Solino e Gehlen (2019), as tecnologias, quando utilizadas com intencionalidade pedagógica, podem funcionar como mediadores simbólicos poderosos no processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, o *rotAR* não substitui o papel do professor, mas o fortalece, oferecendo novas possibilidades para que a mediação aconteça de forma mais eficaz e dialógica.

6.2. AUSUBEL E A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ENSINO DE CONCEITOS ABSTRATOS

A teoria da aprendizagem significativa, elaborada por David Ausubel, baseia-se na ideia de que o novo conhecimento só será verdadeiramente assimilado se puder ser ancorado em estruturas cognitivas pré-existentes. Como destacam Agra *et al.* (2019), a aprendizagem significativa depende de dois elementos fundamentais: a disposição do aluno para aprender significativamente e a existência de subsunçores adequados que permitam essa ancoragem. Isso implica que a simples exposição de conteúdo não é suficiente — é necessário que o conhecimento novo se conecte com ideias previamente estabelecidas, favorecendo a retenção e o entendimento. Nessa perspectiva, o professor passa a atuar como um facilitador da construção de significados, e não apenas como transmissor de informações.

Esse entendimento é particularmente relevante no ensino de Física, que frequentemente trabalha com conceitos abstratos e de difícil visualização. Um exemplo disso é o fenômeno da precessão do giroscópio, que exige a compreensão de noções como torque e momento angular. Segundo Tironi *et al.* (2013), a utilização de recursos didáticos que proporcionem representações visuais e experimentações facilita significativamente a apropriação de conceitos complexos. De forma complementar, Araújo, Ferreira e Ferreira (2022) observaram que estratégias pedagógicas baseadas na aprendizagem significativa resultaram em melhor desempenho e maior envolvimento dos estudantes em aulas de Física.

Essas práticas tornam os conteúdos mais acessíveis e favorecem o desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores.

Nesse sentido, o *rotAR* apresenta-se como um recurso que pode fortalecer a aprendizagem significativa no ensino de Física. Ao permitir que o estudante observe, manipule e interprete o comportamento de um giroscópio em Realidade Aumentada, o aplicativo cria um ambiente onde o novo conteúdo é relacionado diretamente aos conhecimentos prévios. Júnior (2023) afirma que a visualização de fenômenos complexos, quando conectada ao contexto do aluno, amplia a motivação e facilita a construção de significados duradouros. Além disso, Soares, Nogueira e Silva (2024) enfatizam que o reconhecimento e a ativação dos saberes prévios são essenciais para promover a mobilização cognitiva necessária à aprendizagem. Assim, o *rotAR* deixa de ser apenas um suporte tecnológico e se torna um mediador no processo de significação.

6.3. MARCO ANTÔNIO MOREIRA E A APLICAÇÃO DA TEORIA DE AUSUBEL NO ENSINO DE FÍSICA

Marco Antônio Moreira é amplamente reconhecido como o principal intérprete da teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel no Brasil, especialmente no contexto do ensino de Ciências e, mais especificamente, da Física. Ao longo de décadas de pesquisa e formação docente, Moreira dedicou-se a adaptar e aplicar os princípios ausubelianos às práticas educacionais brasileiras, enfatizando a importância da compreensão conceitual por parte dos alunos. Em sua obra, ele destaca que a aprendizagem significativa ocorre quando o aluno consegue relacionar o novo conhecimento a conceitos relevantes e já presentes em sua estrutura cognitiva — o que exige intencionalidade, mediação eficaz e planejamento didático adequado. Para Moreira (2023), ensinar Ciências não deve ser apenas transmitir informações, mas sim promover a construção de significados que levem ao entendimento profundo e funcional dos conceitos científicos.

Nesse sentido, Moreira defende o uso de estratégias pedagógicas que favoreçam a construção ativa do conhecimento e estimulem o raciocínio conceitual dos estudantes. Dentre essas práticas, destacam-se os mapas conceituais, que auxiliam na organização e hierarquização das ideias; o uso de analogias significativas, que conectam o abstrato ao concreto; e a experimentação com sentido, que vai além do fazer técnico e contribui para a compreensão dos fenômenos (Moreira, 2023). Além disso, o autor ressalta que a eficácia dessas estratégias depende diretamente da formação crítica e planejada do professor, que deve ser capaz de selecionar conteúdos relevantes, propor situações de aprendizagem adequadas e

considerar os conhecimentos prévios dos alunos. Sua abordagem dialoga com a necessidade de um ensino de Ciências mais reflexivo, investigativo e comprometido com a construção do pensamento científico desde a educação básica.

6.4. SEYMOUR PAPERT E A SUA RELAÇÃO COM O *rotAR*

A pedagogia construcionista de Seymour Papert se mostra muito próspera quando articulada ao ensino de Física por meio de recursos tecnológicos interativos. Fundamentada nas ideias piagetianas sobre o desenvolvimento do pensamento lógico e na defesa da aprendizagem significativa, a proposta de Papert (1993) desloca o foco da transmissão de conteúdos para a construção ativa do conhecimento, mediada por artefatos digitais e experiências com significado pessoal. Segundo Massa, Oliveira e Santos (2022), o uso de computadores e tecnologias digitais permite criar contextos de aprendizagem nos quais o aluno se envolve afetiva e cognitivamente com aquilo que está sendo produzido, o que favorece o desenvolvimento de competências e a consolidação de conceitos científicos.

Essa concepção encontra sustentação em estudos como o de Flor e Ribeiro (2020), que relatam a implementação de micromundos físicos no ensino de Física. Esses ambientes computacionais interativos, inspirados na “linguagem Logo” criada por Papert, estimulam o aluno a explorar conceitos científicos por meio de manipulações diretas, formulação de hipóteses e experimentação autônoma. No contexto do produto educacional *rotAR*, essa abordagem se concretiza por meio da Realidade Aumentada, permitindo ao estudante explorar vetores como o momento angular e o torque em três dimensões, observando suas transformações em tempo real. Tal estratégia favorece a aprendizagem ativa, estimulando o raciocínio científico e o pensamento crítico.

O artigo de Saraiva, Queiroz e Meira (2024) reforça essa visão ao demonstrar que o uso de simulações digitais no ensino de Física contribui para a motivação dos alunos e para a ressignificação da disciplina. Quando combinadas com atividades experimentais e mediação docente qualificada, essas tecnologias promovem maior interesse e engajamento, ao tornarem os fenômenos físicos mais acessíveis e visuais. Os autores apontam que esse tipo de metodologia fortalece a construção do conhecimento por meio de abordagens lúdicas e contextualizadas, o que se alinha diretamente à perspectiva construcionista.

Papert (1993) também concebe o educador como um mediador essencial na relação entre tecnologia e conhecimento. Nesse sentido, Castro e Lanzi (2017) discutem o diálogo entre Papert e Paulo Freire, destacando que ambos defendem a apropriação crítica da tecnologia no processo educativo. A escola, portanto, não deve ser substituída pelas

tecnologias, mas transformada por elas, tornando-se um espaço de experimentação, autoria e emancipação. O *rotAR* é concebido dentro dessa lógica, na qual o aluno não é mero receptor, mas protagonista de seu processo formativo, podendo criar, errar e reconstruir concepções a partir de experiências digitais significativas.

Outra contribuição relevante vem de Soffner (2022), que realiza uma revisão crítica e propositiva das contribuições de Seymour Papert à educação, com foco na integração significativa das tecnologias digitais ao processo de ensino e aprendizagem. O autor destaca que o uso de computadores e dispositivos digitais na educação deve ser orientado por fundamentos pedagógicos consistentes e por uma intencionalidade clara. Mais do que incorporar tecnologia como adorno, é necessário projetar práticas que promovam a autoria, a reflexão e a construção ativa do saber. Assim, a integração da RA no *rotAR* não é um fim em si mesmo, mas um meio para desenvolver uma prática de ensino coerente com os princípios da aprendizagem significativa, investigativa e construcionista.

Por fim, o artigo de Castro e Lanzi (2017) destaca um ponto fundamental ao explorar o papel da escola na sociedade contemporânea: é preciso pensar a tecnologia como aliada na formação de sujeitos históricos e críticos, capazes de compreender e transformar seu meio. Ao propor ambientes de aprendizagem interativos e abertos, como os micromundos e os laboratórios virtuais, a pedagogia construcionista oferece não apenas uma metodologia inovadora, mas um projeto de educação emancipadora. O *rotAR*, ao possibilitar que o estudante explore visualmente o fenômeno da precessão giroscópica, constitui-se como uma prática alinhada a esse projeto, ao colocar o conhecimento científico em diálogo com a experiência concreta e o protagonismo discente.

Embora partam de referenciais distintos, as contribuições de Vygotsky, Ausubel, Moreira e Papert convergem na valorização de uma aprendizagem ativa, mediada e intencional. Todos reconhecem que o conhecimento não é algo que o aluno apenas recebe, mas algo que constrói em diálogo com seus pares, com o professor e com os instrumentos pedagógicos e culturais disponíveis. Nesse sentido, o *rotAR* insere-se como um recurso tecnológico que, ao permitir a visualização e a manipulação de fenômenos abstratos da Física, atua simultaneamente como ferramenta de mediação simbólica (no sentido vygotskyano), ancoragem conceitual (como propõe Ausubel), significação planejada (na leitura interpretativa de Moreira) e ambiente construcionista (na concepção de Papert). O aplicativo não apenas apresenta o conteúdo de forma inovadora, mas oferece aos estudantes a oportunidade de construir sentido por meio da ação, da experimentação e da autoria, elementos centrais na pedagogia construcionista.

A escolha por essas abordagens teóricas se justifica por sua coerência com os desafios do ensino de Física no Ensino Médio, onde frequentemente predominam práticas transmissivas, descontextualizadas e desmotivadoras. Vygotsky oferece o fundamento sociointeracionista que legitima o papel do professor como mediador do conhecimento, valorizando os processos dialógicos na aprendizagem. Ausubel, por sua vez, propõe a estrutura conceitual da aprendizagem significativa, defendendo que novos saberes se integram de forma mais eficaz quando ancorados em conhecimentos prévios relevantes. Moreira atualiza e adapta esses princípios à realidade do ensino de Ciências, com foco na compreensão conceitual, no planejamento intencional e na prática reflexiva do docente. Papert, complementando esse quadro, introduz a perspectiva do construcionismo, defendendo que o aluno aprende melhor quando está envolvido na construção de produtos intelectualmente significativos, utilizando a tecnologia como meio de expressão, descoberta e construção do saber.

Diante de um cenário em que muitos estudantes se desconectam do conteúdo por não conseguirem visualizar sentido nos conceitos físicos, torna-se urgente adotar estratégias pedagógicas que articulem teoria, prática e tecnologia. O *rotAR* representa essa convergência ao propor um ambiente de aprendizagem no qual o estudante pode explorar ativamente os fenômenos, testando hipóteses, manipulando variáveis e desenvolvendo intuições científicas. Com base nas contribuições desses quatro autores, o aplicativo não é apenas uma ferramenta didática, mas um espaço de mediação, ancoragem, significação e construção, com potencial para transformar a experiência de aprendizagem em Física em algo mais envolvente, significativo e formativo.

7 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO *rotAR*

Este capítulo apresenta, de forma detalhada, o processo de concepção, construção e organização do aplicativo *rotAR*, idealizado como uma ferramenta interativa para o ensino de precessão giroscópica. Serão descritas as etapas técnicas envolvidas no desenvolvimento do produto, desde a estruturação das cenas no Unity, passando pela integração com a plataforma Vuforia, até a programação dos comportamentos físicos simulados. Também serão discutidos os princípios pedagógicos que nortearam as decisões de design, bem como a proposta de aplicação prática do aplicativo no ambiente escolar.

7.1. ESTRUTURA GERAL DO APLICATIVO

O *rotAR* é um aplicativo educacional (Presente no Apêndice A) interativo desenvolvido com o objetivo de auxiliar o ensino de conceitos complexos relacionados à

precessão giroscópica no Ensino Médio, integrando simulação digital, visualização vetorial e realidade aumentada (RA). A proposta do aplicativo é proporcionar ao estudante uma experiência imersiva, manipulável e conceitualmente fundamentada, viabilizando a compreensão de vetores como momento angular, torque gravitacional e peso, que usualmente são difíceis de representar no quadro ou em experimentos tradicionais.

O aplicativo está estruturado em quatro telas principais, organizadas de forma sequencial e funcional. A primeira tela é apresentada na figura 10 abaixo e consiste em uma tela de entrada, com a exibição do logotipo do aplicativo rotAR e um botão “Iniciar experimento” funcionando como uma introdução visual à identidade do projeto.

Figura 10 - Primeira tela do aplicativo (Tela de entrada).



Fonte: Autoria própria (2025).

A segunda tela é representada na figura 11 abaixo e apresenta a seleção do experimento a ser explorado. Nesta versão inicial do aplicativo, há apenas o experimento do giroscópio (foco do trabalho), mas a estrutura foi pensada de forma expansível para permitir a adição de novos módulos experimentais no futuro. Após clicar no experimento, o usuário é levado a tela seguinte.

Figura 11 - Segunda tela do aplicativo (Escolha do experimento).



Fonte: Autoria própria (2025).

Na terceira tela apresentada na figura 12, o aluno é convidado a escolher uma das cinco cenas disponíveis para o experimento do giroscópio. Cada botão leva a uma simulação diferente, com foco em um aspecto específico da precessão, conforme o roteiro didático proposto.

Figura 12 - Terceira tela do aplicativo (Escolha da cena a ser visualizada).



Fonte: Autoria própria (2025).

A quarta tela é o ambiente de simulação em realidade aumentada propriamente dito. Nela, os modelos 3D são projetados sobre o plano físico por meio da câmera do dispositivo móvel e o aluno pode interagir com a cena utilizando botões e controles intuitivos. As interações são pensadas para permitir manipulações ativas dos parâmetros envolvidos, fortalecendo a aprendizagem por investigação e a visualização vetorial.

A organização do aplicativo em cinco cenas distintas segue um conceito pedagógico progressivo, alinhado à Teoria da Aprendizagem Significativa. Cada cena representa uma etapa no aprofundamento do conhecimento sobre a precessão, possibilitando ao aluno explorar uma variável por vez e, por fim, integrar os conceitos em uma cena livre.

Na *Cena 1 – Velocidade angular e precessão* –, apresentada na figura 13 abaixo, o aluno pode alterar a velocidade do volante (rotação do eixo horizontal) e observar como isso influencia a velocidade de precessão do sistema.

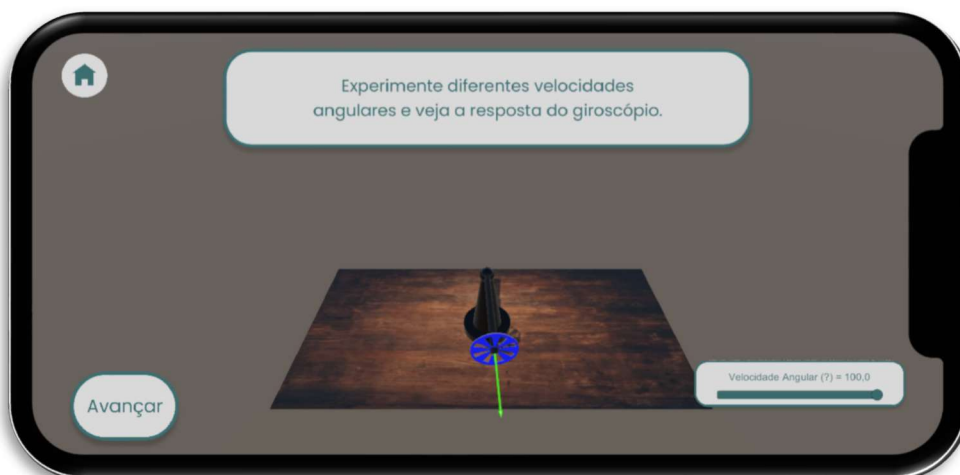
Figura 13 - Primeira cena: Relação entre velocidade angular e velocidade de precessão.



Fonte: Autoria própria (2025).

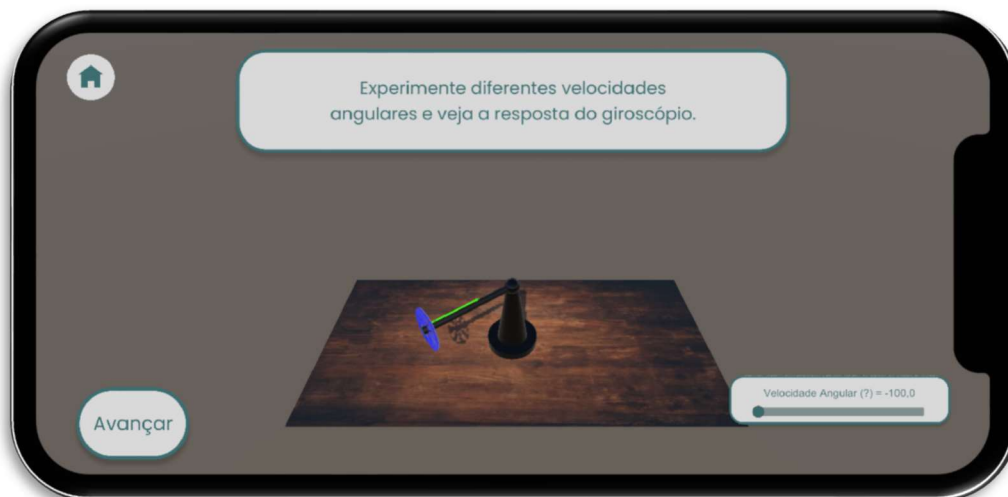
Além disso, ainda na cena 1, conforme o aluno aumenta ou diminui a velocidade angular, ele poderá visualizar o vetor momento angular aumentando/diminuindo de tamanho e apontando para a direção correspondente ao sinal da velocidade (Figuras 14 e 15).

Figura 14 - Primeira cena: Visualização do vetor momento angular quando a velocidade angular for positiva.



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 15 - Primeira cena: Visualização do vetor momento angular quando a velocidade angular for negativa.



Fonte: Autoria própria (2025).

Na *Cena 2 – Ângulo de inclinação e precessão* –, o giroscópio está com uma velocidade angular constante e o aluno pode modificar o ângulo de inclinação do volante e perceber se existe variação na velocidade de precessão, identificando a relação entre geometria e dinâmica. Com $\theta = 0^\circ$, o volante estará perfeitamente na vertical (Figura 16) e, neste caso, não existirá precessão. O aluno poderá variar o ângulo entre 0° e 90° (Figura 17) para analisar os efeitos disso no giroscópio.

Figura 16 - Segunda cena: Relação entre o ângulo de inclinação do volante e a velocidade de precessão.



Fonte: Autoria própria (2025).

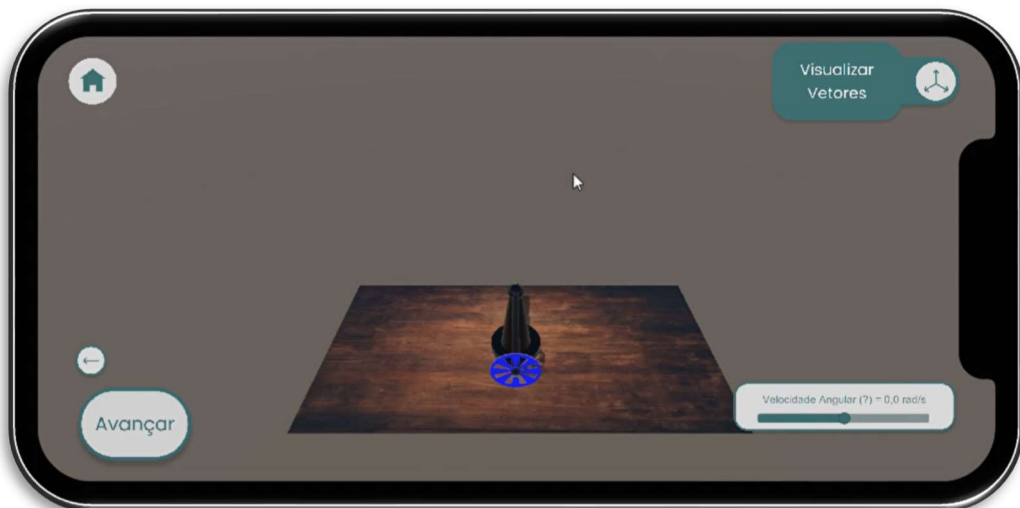
Figura 17 - Segunda cena: Visualização do volante com ângulo de inclinação em 45° .



Fonte: Autoria própria (2025).

Na *Cena 3* – Visualização dos vetores físicos – o objetivo é puramente visual. Os vetores mais importantes para o movimento de precessão (peso, torque e momento angular) são exibidos sobre o sistema rotativo, permitindo a compreensão de suas orientações espaciais. O aluno pode modificar apenas a velocidade angular e os vetores só aparecerão após apertar o botão “visualizar vetores” no canto superior direito da cena (figura 18).

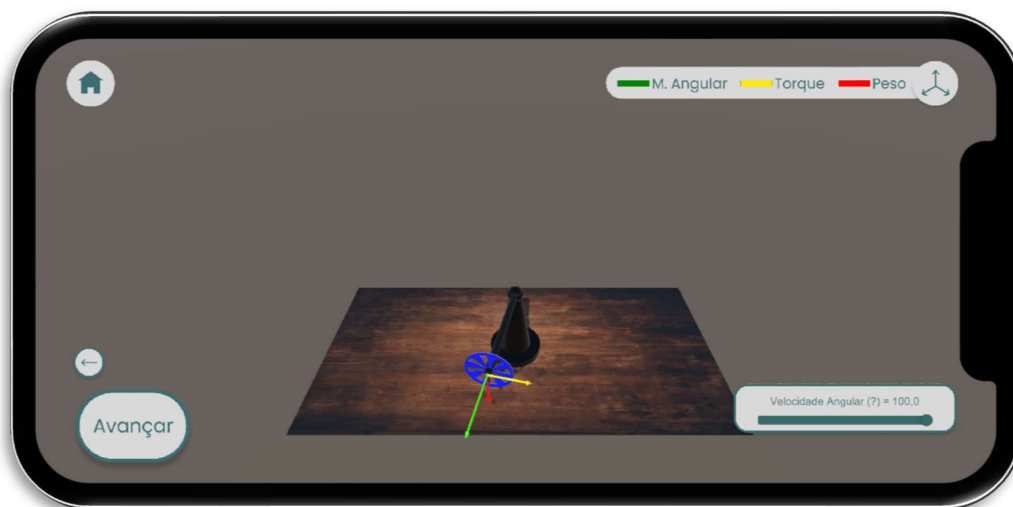
Figura 18 - Terceira cena: Abertura da cena de visualização dos 3 vetores mais importantes da precessão (Torque, Peso e Momento angular).



Fonte: Autoria própria (2025).

Após apertar, os 3 vetores aparecem em cores diferentes para evitar conflitos visuais como mostra a figura 19 abaixo.

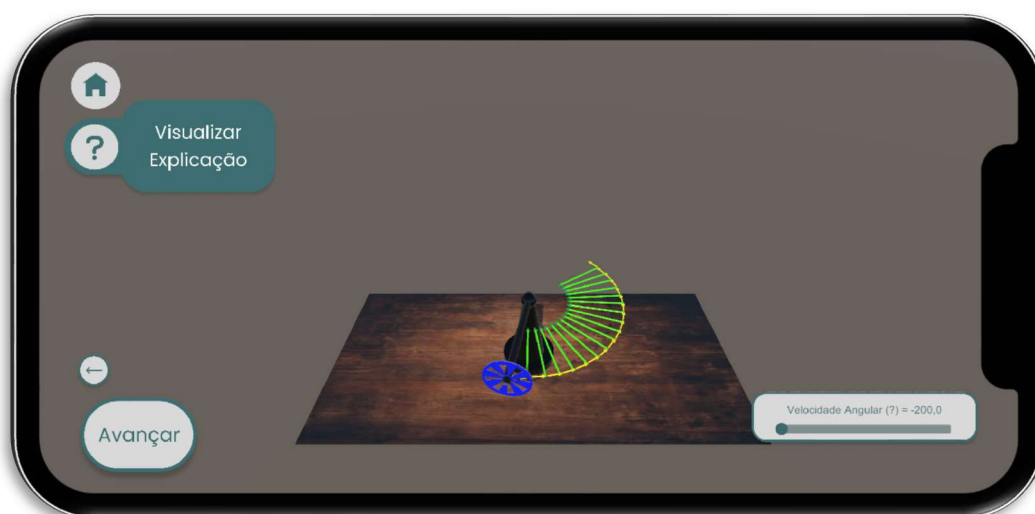
Figura 19 - Terceira cena: Visualização dos 3 vetores após sua ativação.



Fonte: Autoria própria (2025).

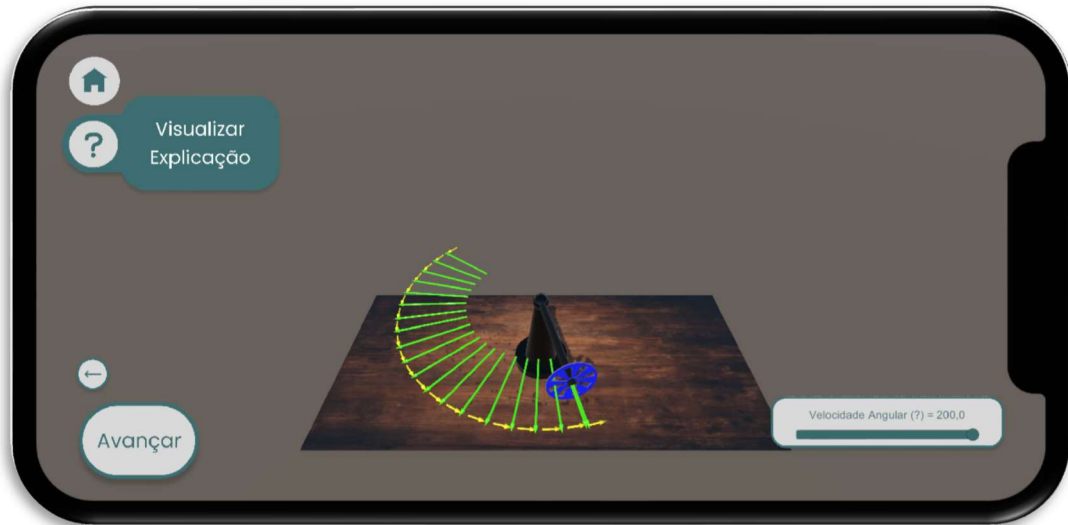
Na *Cena 4* – Relação entre variação do momento angular e torque – o vetor momento angular é visto mudando de direção ao longo do tempo, e o torque é representado como o vetor variação (ΔL), permitindo ao aluno compreender a regra do paralelogramo vetorial nesse contexto. Ele pode analisar esta variação quando a velocidade angular for positiva (figura 20), ou quando a velocidade for negativa (figura 21). O importante é perceber que, independentemente do sinal da velocidade, o vetor amarelo “torque” permanece apontando para o mesmo sentido (o que é contraintuitivo).

Figura 20 - Quarta cena: Visualização da variação do momento angular em função do torque (Velocidade angular positiva).



Fonte: Autoria própria (2025).

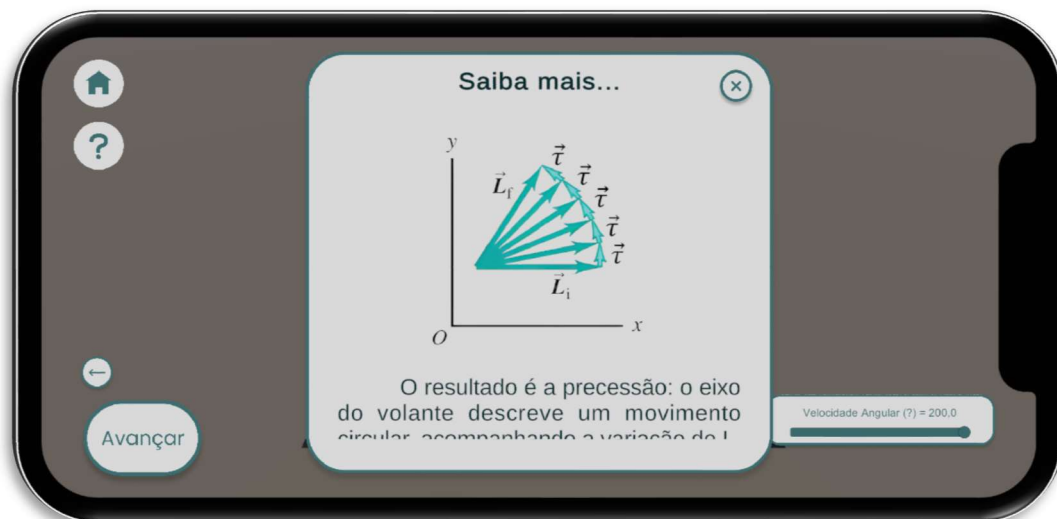
Figura 21 - Quarta cena: Visualização da variação do momento angular em função do torque (Velocidade angular negativa).



Fonte: Autoria própria (2025).

Além disso, ainda na cena 4, temos um botão de interrogação no canto superior esquerdo representando uma opção chamada “Saiba mais...”. Este botão abre uma aba de texto na tela do celular (Figura 22) para que o aluno possa visualizar um pouco da teoria por trás da cena que está em ação.

Figura 22 - Quarta cena: Opção “Saiba mais” contendo uma explicação mais detalhada da cena.

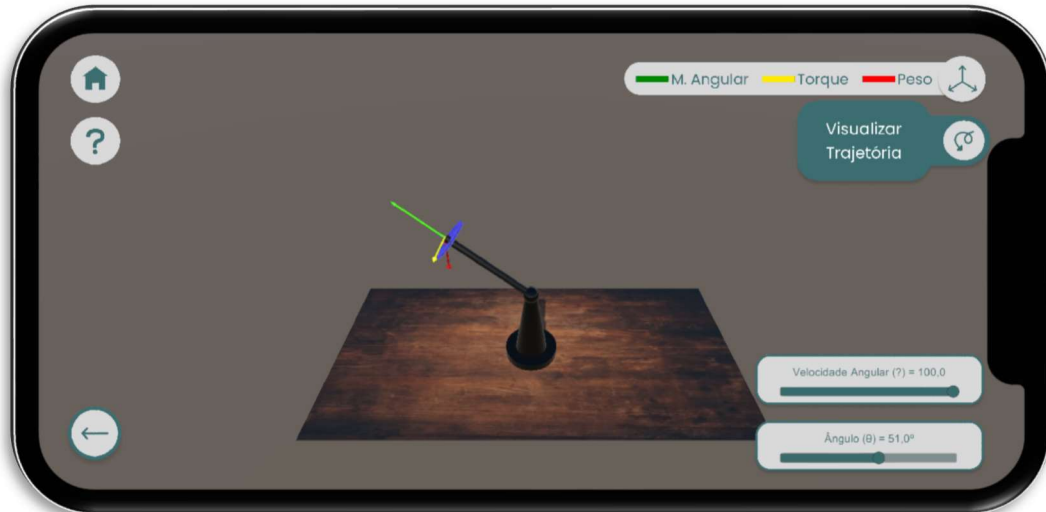


Fonte: Autoria própria (2025).

Na *Cena 5* – Cena livre – a simulação é totalmente aberta e o aluno pode alterar todos os parâmetros: velocidade angular, ângulo de inclinação e vetores. Essa cena, apresentada na

figura 23, busca consolidar os conhecimentos adquiridos nas anteriores, promovendo a autonomia investigativa.

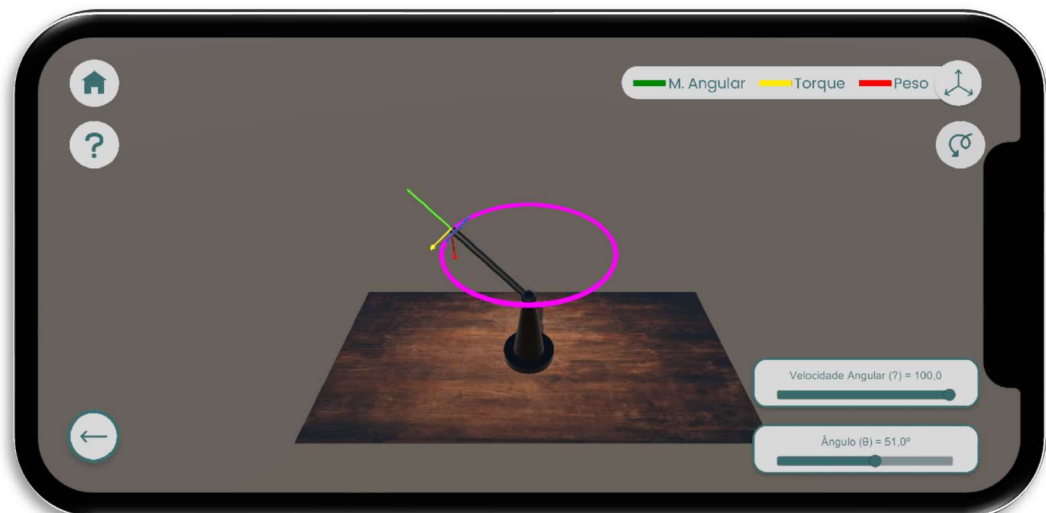
Figura 23 - Quinta cena: Simulação livre.



Fonte: Autoria própria (2025).

Ainda na cena 5, temos um último botão (exclusivo desta cena) intitulado “Visualizar trajetória”. Apertando-o, uma linha de cor rosa surge percorrendo a rota da precessão para que o aluno visualize que também se trata de uma trajetória circular. Vemos a representação na figura 24 abaixo.

Figura 24 - Quinta cena: Botão da “Trajetória da precessão” .

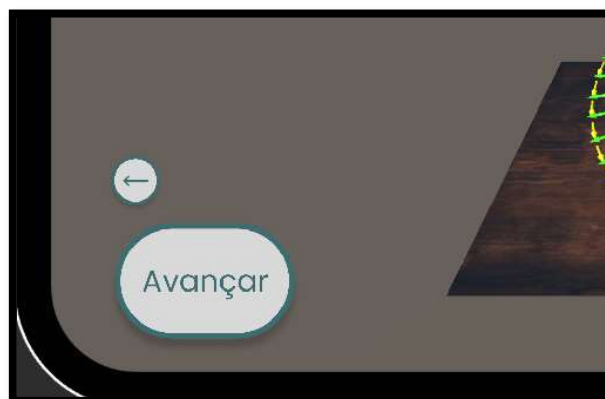


Fonte: Autoria própria (2025).

A navegação entre essas cenas foi pensada de forma a garantir autonomia ao usuário e, ao mesmo tempo, seguir uma lógica pedagógica crescente. Para isso, foram implementados dois mecanismos principais:

1. Botões de navegação lateral (Figura 25), posicionados no canto inferior esquerdo da tela de cada cena;

Figura 25 - Botões de tramitação entre cenas.



Fonte: Autoria própria (2025).

2. Tela inicial de seleção direta de cena (figura 26), onde o usuário pode escolher a etapa desejada sem seguir uma ordem rígida.

Figura 26 - Botões de escolha da cena a ser estudada.



Fonte: Autoria própria (2025).

Esses botões acionam scripts de gerenciamento de cenas escritos em C#, permitindo carregar dinamicamente qualquer uma das cinco cenas com fluidez e sem necessidade de reinicialização do aplicativo. O gerenciamento de cenas foi feito com uso do script `SceneManager.LoadScene()` em botões configurados com eventos `OnClick()` na interface Unity. Os botões estão sempre visíveis no canto inferior esquerdo, com a função de ir para a cena anterior ou próxima conforme a sequência didática.

Esse formato modular e progressivo favorece a organização mental dos conteúdos, ao mesmo tempo em que oferece flexibilidade metodológica para o professor. O estudante avança pelas cenas adquirindo repertório conceitual gradualmente, até estar preparado para analisar o fenômeno em sua complexidade. Essa lógica está diretamente associada à proposta

de ensino por investigação de Papert (2008) e ao uso de tecnologias digitais como facilitadoras da aprendizagem significativa de Ausubel, conforme discutido no referencial teórico.

7.2. CONFIGURAÇÃO E CONSTRUÇÃO DA CENA NO UNITY

A construção do aplicativo rotAR foi realizada utilizando a *engine Unity*, uma das plataformas mais versáteis e acessíveis para o desenvolvimento de aplicações interativas em 3D (figura 27). A versão utilizada foi a *Unity 2022.3.3f1 LTS*, escolhida por sua estabilidade e compatibilidade com a versão mais recente do SDK da *Vuforia*, o motor de realidade aumentada integrado ao projeto. A escolha da Unity se justifica por sua ampla comunidade, suporte a dispositivos móveis e pela facilidade na manipulação de objetos tridimensionais em tempo real, requisitos essenciais para a proposta pedagógica do aplicativo.

Figura 27 - Logo do Unity e Vuforia.



Fonte: Thiago S. Adriano (Site *Medium.com*).

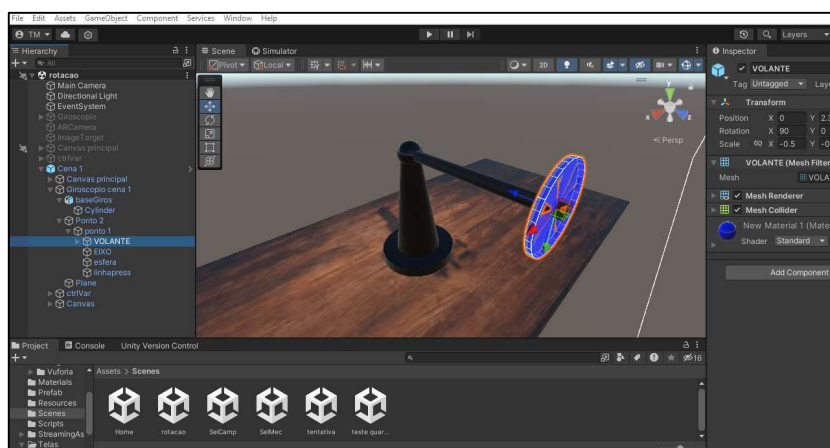
O processo de construção da cena inicial no Unity envolveu primeiramente a criação de um “plano base” que serviria como referência para a projeção dos modelos em RA. Esse plano foi configurado para corresponder ao plano físico reconhecido pela câmera do dispositivo, ou seja, ao marcador de RA. Em seguida, foram adicionados os elementos de iluminação, com foco em uma *Directional Light*, a fim de garantir a visibilidade adequada dos modelos tridimensionais independentemente da luminosidade do ambiente real. Para a captura da cena, foi utilizada uma câmera *ARCamera* da *Vuforia*, configurada para detectar o marcador físico que seria utilizado como âncora para a projeção da simulação.

Além da base estrutural, a cena recebeu também uma interface gráfica (UI), com a inclusão de botões e painéis que permitissem a navegação entre as cenas e a manipulação dos parâmetros físicos. Os elementos de interface foram posicionados com cuidado para não obstruir a visualização do experimento, respeitando a ergonomia de uso em dispositivos móveis. Cada botão da interface foi vinculado a scripts que controlam as transições de cena, a

ativação ou desativação de vetores, e a alteração de variáveis como velocidade angular e ângulo de inclinação.

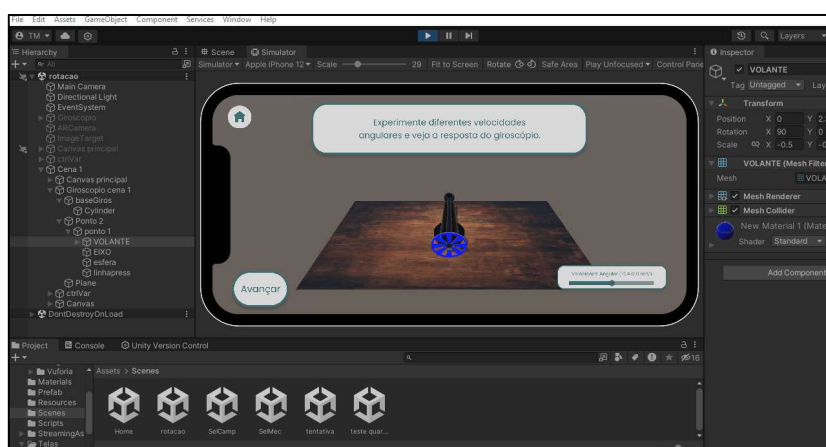
A próxima etapa consistiu na importação dos modelos 3D que compõem a simulação da precessão. Esses modelos foram construídos e texturizados previamente em software de modelagem (como *Blender*), exportados em formato.fbx e organizados em pastas específicas dentro do projeto *Unity*. Entre os principais objetos importados estão o volante giroscópico, a base de sustentação, os vetores representados por setas tridimensionais e os objetos auxiliares da cena (como eixos e suportes). As figuras 28 e 29 abaixo mostra o ambiente de edição da cena no *Unity*.

Figura 28 - Editor Unity aberto durante edição do giroscópio.



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 29 - Editor Unity aberto durante testa em diferentes modelos de smartphones.

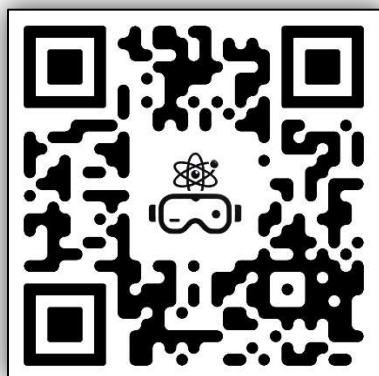


Fonte: Autoria própria (2025).

Posteriormente, foi realizada a integração com a plataforma *Vuforia*, que permitiu a leitura do marcador físico e o acoplamento do conteúdo 3D à realidade aumentada. Para isso, foi criado um objeto do tipo *Image Target* apresentado na figura 30, associado ao marcador impresso que seria utilizado pelos estudantes. Todos os elementos da simulação — inclusive

vetores, objetos dinâmicos e controles — foram então agrupados como filhos desse objeto *Image Target*, garantindo que o experimento se mantenha posicionado corretamente em relação ao plano físico quando visualizado por meio da câmera do celular ou tablet.

Figura 30 - Qr code gatilho para ativar a cena durante a utilização do aplicativo.



Fonte: Autoria própria (2025).

Com a cena estruturada e os elementos integrados, foram adicionados os scripts de programação em C# responsáveis pela lógica da simulação, o que será detalhado nos tópicos seguintes. A finalização dessa etapa garantiu um ambiente funcional e esteticamente limpo, pronto para receber os controles de interação física e os cálculos vetoriais que dariam vida ao experimento de precessão em RA.

7.3. SIMULAÇÃO DA PRECESSÃO

O experimento de precessão giroscópica foi desenvolvido por meio de um script em linguagem C#. Esse script é o principal responsável por simular os movimentos do giroscópio, permitindo o controle do sistema em tempo real com base em parâmetros ajustáveis como massa, velocidade de rotação e ângulo de inclinação. O objetivo é representar, com fidelidade, o comportamento físico da precessão — fenômeno que surge quando um giroscópio em rotação sofre uma torção perpendicular ao seu eixo, causada por um torque externo (como o peso do próprio sistema).

O script possui quatro blocos principais: (1) declarações das referências e parâmetros físicos, (2) cálculo da velocidade de precessão, (3) atualização da rotação acumulada do volante, e (4) aplicação das rotações no Unity com o uso de *quaternions*. A figura 31 abaixo apresenta a primeira etapa.

Figura 31 - Variáveis criadas para animação da cena.

```

[Header("Referencias")]
public GameObject ponto1; // Giro do volante
public GameObject ponto2; // Precessão

[Header("Parametros Fisicos")]
public float massa = 0.5f;
public float raioBraco = 0.2f;
public float momentoInerciaVolante = 0.01f;

[Header("Velocidade do Volante")]
[Range(-200f, 200f)]
public float omegaVolante = 100f;

[Header("Inclinacao dinâmica")]
[Range(0f, 90f)]
public float anguloDinamico;

private float omegaPrecessao;
private float rotacaoYAcumulada = 0f;

```

Fonte: Autoria própria (2025).

As variáveis *public float*, ficam públicas e podem ser modificadas em tempo real. Já as variáveis *private float* só podem ser modificadas no código. Abaixo temos uma lista informando o que seria cada variável escolhida.

- *ponto1*: Objeto que gira como o volante (eixo do giroscópio);
- *ponto2*: Objeto base que gira no eixo vertical simulando a precessão;
- *massa*: massa do volante (em kg);
- *raioBraco*: distância entre o centro da base (*ponto2*) e o eixo do volante (*ponto1*);
- *momentoInerciaVolante*: inércia do volante, afeta diretamente a resistência à *mudança de rotação*;
- *omegaVolante*: velocidade angular de giro do volante (em rad/s), controlada no inspector. Pode ser positiva ou negativa (sentido do giro);
- *anguloDinamico*: ângulo de inclinação do eixo do giroscópio (de 0° a 90°), controlado em tempo real. Ele representa o quanto o eixo está "caído";
- *omegaPrecessao*: será a velocidade angular da precessão (em rad/s);
- *rotacaoYAcumulada*: mantém o giro contínuo e suave do volante (acumula o valor a cada *Update()*).

O *ponto1* representa o volante do giroscópio e o *ponto2* a base que gira horizontalmente (precessão). O primeiro passo no *Update()* é converter o ângulo de inclinação de graus para radianos, que é a unidade usada em cálculos trigonométricos. A seguir, calcula-se a velocidade angular de precessão usando a equação:

$$\Omega = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega}$$

$m \rightarrow$ Massa do giroscópio;

$g \rightarrow$ Gravidade terrestre ($9,81 \text{ m/s}^2$);

$r \rightarrow$ Distância do braço do volante;

$I \rightarrow$ Momento de Inércia do volante;

$\omega \rightarrow$ Velocidade angular.

Essa equação é aplicada diretamente no código para que a precessão ocorra de forma coerente com a Física real. O valor *omegaVolante* está no denominador, mostrando que quanto maior a velocidade de rotação, menor será a precessão (um conceito essencial em sistemas giroscópicos).

O código também mantém uma variável chamada *rotacaoYAcumulada*, que acumula a rotação do volante ao longo do tempo, criando o movimento contínuo. Esse valor é convertido de radianos para graus, conforme exigido pelo Unity. Primeiras linhas do *Update()* na figura 32 abaixo.

Figura 32 - Aplicação da equação de precessão no unity.

```
void Update()
{
    float theta = anguloDinamico * Mathf.Deg2Rad;

    omegaPrecessao = (massa * Physics.gravity.magnitude * raioBraco * Mathf.Sin(theta))
        / (momentoInerciaVolante * omegaVolante);

    rotacaoYAcumulada -= omegaVolante * Mathf.Rad2Deg * Time.deltaTime;
```

Fonte: Autoria própria (2025).

No Unity, a rotação de objetos 3D pode ser representada de diversas formas. Uma delas são os *quaternions*, que são estruturas matemáticas usadas para representar rotações no espaço tridimensional de forma mais estável que os ângulos de Euler. Rotacionar objetos usando apenas ângulos (Euler) pode causar problemas como o *gimbal lock*, em que os eixos se alinham e impedem rotações em certos sentidos. Os *quaternions* evitam isso, permitindo rotações compostas suaves e contínuas.

Ainda no *Update()*, o uso de *Quaternion.Euler(...)* permite criar uma rotação em torno do eixo X (*anguloDinamico*) e uma rotação acumulada no eixo Y (*rotacaoYAcumulada*). A multiplicação entre esses *quaternions* define a orientação final do volante (*ponto1*), como está representado na figura 33 abaixo.

Figura 33 - Relacionando rotações do sistema via *Quaternions*.

```
Quaternion inclinacao = Quaternion.Euler(anguloDinamico, 0f, 0f);
Quaternion giro = Quaternion.Euler(0f, rotacaoYAcumulada, 0f);
ponto1.transform.localRotation = inclinacao * giro;
```

Fonte: Autoria própria (2025).

A ordem da multiplicação importa: primeiro o objeto é inclinado, depois ele gira. Isso simula exatamente o que acontece com um giroscópio real. Já o *ponto2* (base) é girado ao redor do eixo Y global (em relação ao mundo), com uma rotação contínua proporcional à precessão calculada (figura 34 abaixo).

Figura 34 - Adicionando o valor numérico da precessão no objeto do giroscópio.

```
ponto2.transform.Rotate(Vector3.up, -omegaPrecessao * Mathf.Rad2Deg * Time.deltaTime, Space.World);
```

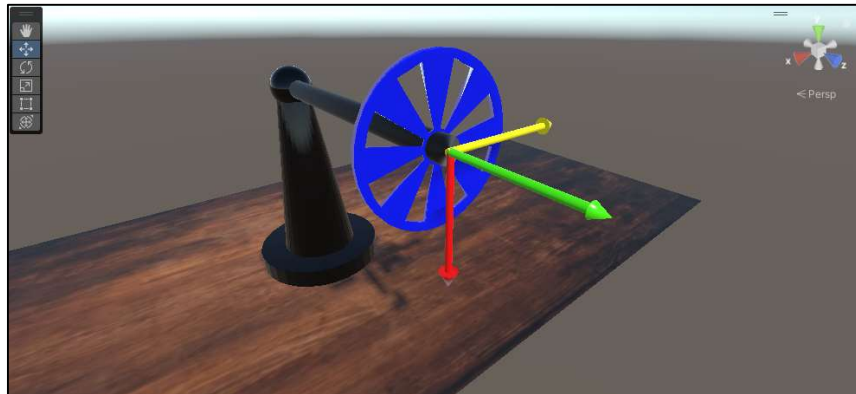
Fonte: Autoria própria (2025).

Por fim, este script representa com precisão os dois movimentos principais de um giroscópio: o giro no próprio eixo e o movimento de precessão. A partir de parâmetros físicos reais, o sistema permite que o usuário observe a variação do comportamento do giroscópio em diferentes condições. A utilização de *quaternions* assegura que o movimento seja contínuo, realista e sem distorções, mesmo com rotações compostas. Essa implementação proporciona aos alunos um ambiente interativo, onde podem visualizar e compreender, por meio de experimentação virtual, conceitos que muitas vezes são abstratos ou difíceis de reproduzir em sala de aula.

7.4. REPRESENTAÇÃO VETORIAL DO PESO, TORQUE E MOMENTO ANGULAR

Na *Cena 3*, a simulação foi enriquecida com a representação visual de três vetores fundamentais da física: peso, torque e momento angular. Esses vetores, como mostra a figura 35, foram inseridos na cena como objetos tridimensionais (*prefabs*), com formato de setas, cores distintas e tamanhos proporcionais às grandezas que representam. Cada vetor foi cuidadosamente planejado para, além de educativo, ser visualmente intuitivo e favorecer a compreensão dos conceitos físicos.

Figura 35 - Representação dos vetores de peso (vermelho), torque (amarelo) e momento angular (verde) na cena de simulação.

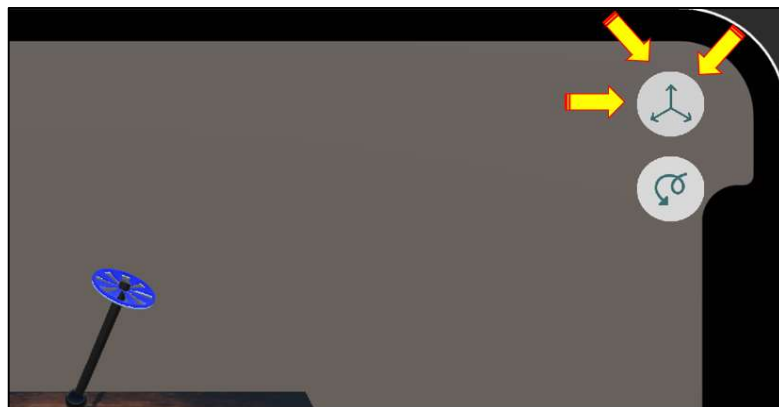


Fonte: Autoria própria (2025).

Cada vetor foi criado no *Unity*, utilizando primitivas como cilindros e cones para formar uma seta vetorial. Atribuiu-se a cada vetor uma cor distinta para evitar conflitos visuais, foram montados com materiais opacos e a iluminação foi ajustada para garantir uma boa visibilidade (mesmo quando o experimento é visualizado em diferentes ângulos com o celular ou tablet).

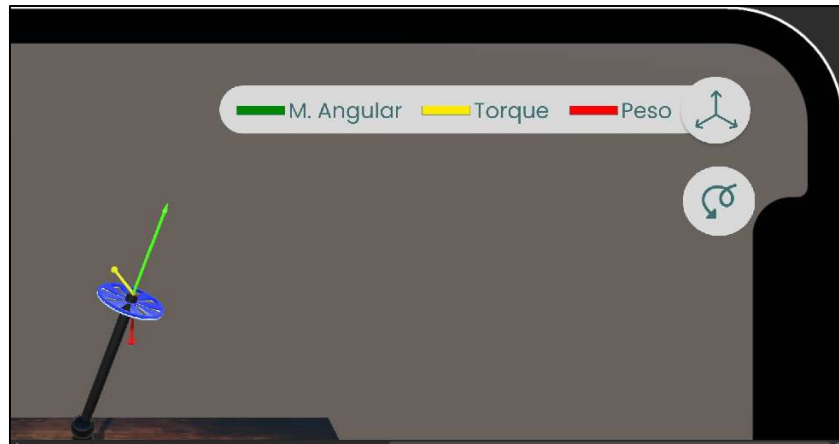
Os vetores, na hierarquia dos objetos, estão como “filhos” do giroscópio, pois assim acompanham todo o seu movimento. Eles podem ser ativados ou ocultos pelo usuário através de botões de interface, como mostram as figuras 36 e 37. Isso permite que o estudante visualize apenas os elementos que desejar, facilitando o foco em diferentes aspectos da precessão giroscópica.

Figura 36 - Botão de ativação dos vetores disponíveis para o usuário no aplicativo rotAR.



Fonte: Autoria própria (2025).

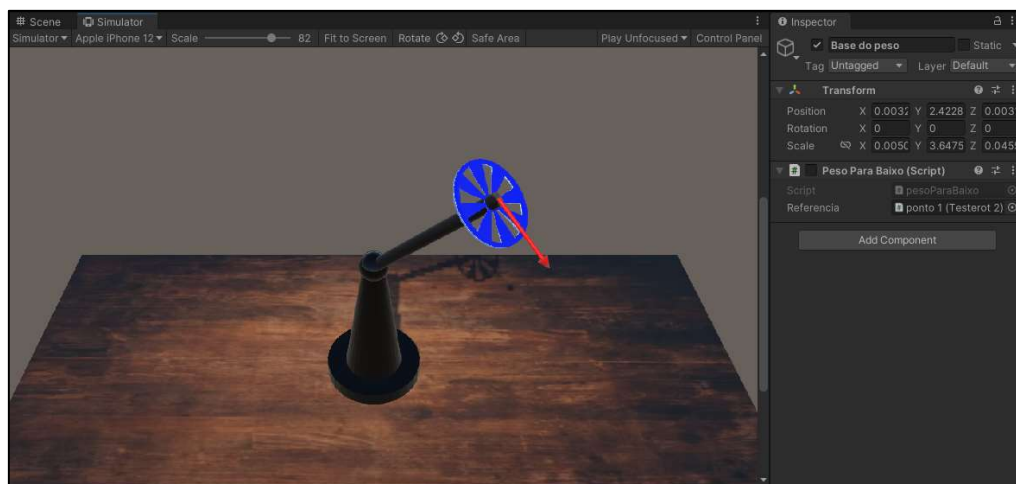
Figura 37 - Botão de ativação dos vetores acionado pelo usuário no aplicativo rotAR.



Fonte: Autoria própria (2025).

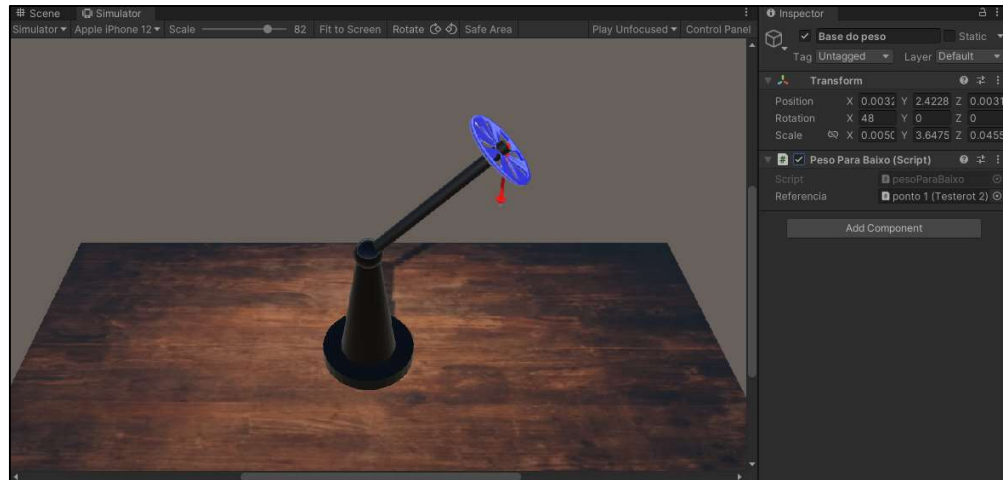
Além disso, o aplicativo incorpora lógicas condicionais para manter a coerência física: por exemplo, o vetor torque só aparece quando o ângulo de inclinação (*anguloDinamico*) é diferente de zero. Caso o vetor momento angular esteja oculto por opção do usuário, o torque também permanece desativado, evitando interpretações equivocadas. Outra lógica incorporada é o fato de, independentemente do ângulo de inclinação, o peso sempre irá apontar para baixo. Esta segunda lógica foi possível por meio de um script que faz o ângulo do vetor peso inclinar como o mesmo valor da inclinação do volante, assim ele sempre apontará para baixo. As figuras 38 e 39 mostram o sistema com o script desativado e ativado, respectivamente.

Figura 38 - Problema encontrado no vetor peso durante inclinação do giroscópio.



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 39 - Problema resolvido da inclinação do vetor peso.



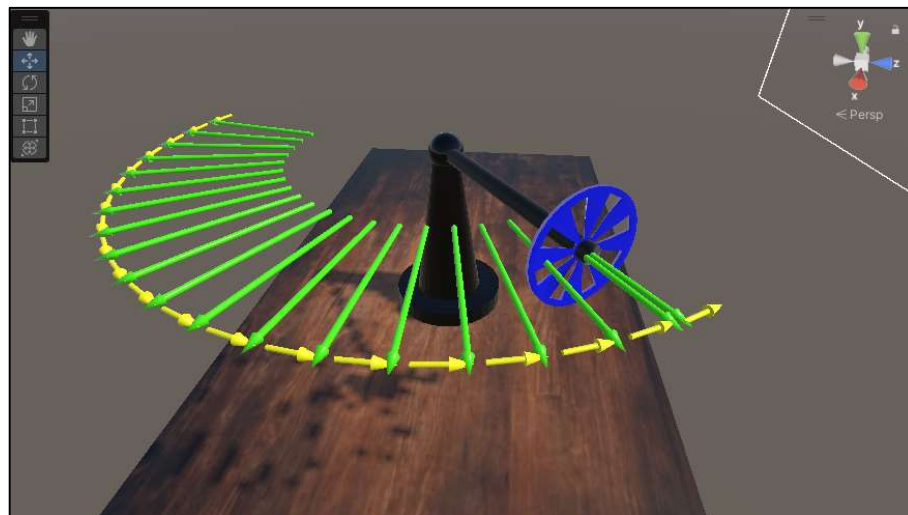
Fonte: Autoria própria (2025).

Ainda sobre os vetores, temos na *Cena 4* da simulação a ilustração da ação do torque sobre o momento angular. Para isso, foi utilizada uma abordagem visual com cópias sucessivas dos vetores momento angular e torque, posicionadas ao redor do giroscópio. Cada par representa um instante distinto da rotação, simulando graficamente a equação:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Esse recurso cria um “rastro vetorial” (figura 40), evidenciando como o vetor momento angular muda sua direção gradativamente em resposta ao torque.

Figura 40 - Rastro vetorial presente na cena 4.



Fonte: Autoria própria (2025).

O momento angular, peso e o torque acompanham a inclinação do sistema, mas não giram com o eixo do volante, pois estão vinculados a um “ponto 1 invisível” que copia apenas

a inclinação do volante, mas não gira em torno do próprio eixo. A figura 41 apresenta a hierarquia na cena.

Figura 41 - Organização hierárquica dos objetos na cena, destacando o ponto 1, ponto 2, vetores e pontos auxiliares invisíveis



Fonte: Autoria própria (2025).

7.5. PRODUTO FINAL E PROPOSTA DE APLICAÇÃO PEDAGÓGICA

Com o aplicativo *rotAR* finalizado e funcional (disponível no APÊNDICE A), elaborou-se uma proposta de aplicação pedagógica voltada a estudantes da 1ª série do Ensino Médio. A aula será estruturada com base em uma abordagem investigativa, buscando integrar teoria, experimentação física e simulação computacional de maneira orgânica e significativa. A atividade acontecerá em um ambiente presencial, mediada pelo professor, e terá como objetivo central promover a compreensão conceitual do fenômeno da precessão giroscópica e de seus elementos associados: vetor momento angular, torque gravitacional e momento de inércia.

A proposta se desenvolverá em três momentos distintos, organizados de forma sequencial e progressiva. No primeiro momento, será realizada uma aula expositiva com o uso de slides, vídeos e um pequeno giroscópio físico levado à sala de aula. O foco dessa etapa será a construção de uma base conceitual qualitativa, permitindo aos alunos compreenderem, de forma acessível, o significado e as inter-relações entre os conceitos de momento angular, torque e precessão. Essa etapa é essencial para familiarizar os estudantes com os fundamentos teóricos que serão observados de forma mais dinâmica e interativa na etapa seguinte.

No segundo momento da aula, será feita a introdução e utilização do aplicativo *rotAR*. Cada aluno, individualmente ou em duplas, utilizará o aplicativo para explorar as cinco cenas desenvolvidas: desde a observação da relação entre a velocidade angular e a precessão, até a manipulação de vetores físicos em uma cena livre. O caráter interativo e investigativo da ferramenta permite que os estudantes testem hipóteses, visualizem transformações em tempo real e relacionem diretamente o que foi discutido na etapa anterior com a simulação. O professor atuará como mediador, incentivando a experimentação ativa, promovendo

questionamentos e orientando a construção de significados a partir da manipulação dos parâmetros da simulação.

Por fim, a terceira etapa será dedicada à avaliação qualitativa da experiência. Será aplicado um formulário com questões abertas e fechadas (Apêndice A), com o intuito de levantar dados sobre a percepção dos alunos quanto ao conteúdo abordado, à clareza dos conceitos após a simulação e à usabilidade e relevância do aplicativo como recurso pedagógico. Esse retorno será essencial para refinar o produto e ajustar futuras intervenções pedagógicas.

Toda a sequência foi inspirada na pedagogia proposta por Seymour Papert, que defende a aprendizagem por construção e experimentação ativa. Segundo Papert, o conhecimento não deve ser simplesmente transmitido pelo professor, mas construído pelo aluno em um ambiente que permita exploração, erro e descoberta. O *rotAR* se insere como uma ferramenta concreta que materializa essa visão: ao permitir que os estudantes explorem livremente os conceitos, testem relações entre variáveis e construam compreensões a partir da manipulação direta de representações físicas abstratas, o aplicativo promove uma aprendizagem significativa e contextualizada.

Dessa forma, a proposta não apenas atende aos objetivos do conteúdo curricular de Física, mas também contribui para o desenvolvimento da autonomia, da curiosidade científica e da capacidade crítica dos estudantes. A aplicação do *rotAR* pretende ser, portanto, um catalisador para o engajamento dos alunos com os fenômenos físicos e uma ferramenta que fortalece o papel ativo do estudante no processo de ensino-aprendizagem.

8 RESULTADOS E DISCUSSÃO (RELATO DA APLICAÇÃO)

A aplicação do produto educacional *rotAR* ocorreu no dia 23 de dezembro de 2025, em um único encontro com duração total de três horas, envolvendo 16 estudantes da primeira série do curso técnico integrado em Edificações do IFRN – Campus Natal Central. A participação dos alunos esteve condicionada à entrega dos termos éticos exigidos pelo comitê de ética do instituto (CAAE: 94220725.1.0000.0225), incluindo o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e o termo de uso de imagem. A atividade foi organizada em três momentos principais: inicialmente, realizou-se uma exposição teórica abordando os conceitos de velocidade angular (figura 42), momento angular, momento de inércia, torque e precessão giroscópica; em seguida, os estudantes utilizaram o aplicativo *rotAR*, explorando suas diferentes cenas em dispositivos móveis; por fim, foi aplicado um formulário avaliativo contendo questões conceituais,

aplicadas e uma questão aberta sobre a percepção dos alunos em relação ao uso do aplicativo. Destaca-se que a turma participante possui formação técnica voltada à área de Edificações, com forte base em conteúdos matemáticos e físico-matemáticos, aspecto que deve ser considerado na interpretação dos resultados apresentados e discutidos ao longo deste capítulo.

Figura 42 - Primeiro momento da aplicação: Exposição teórica.



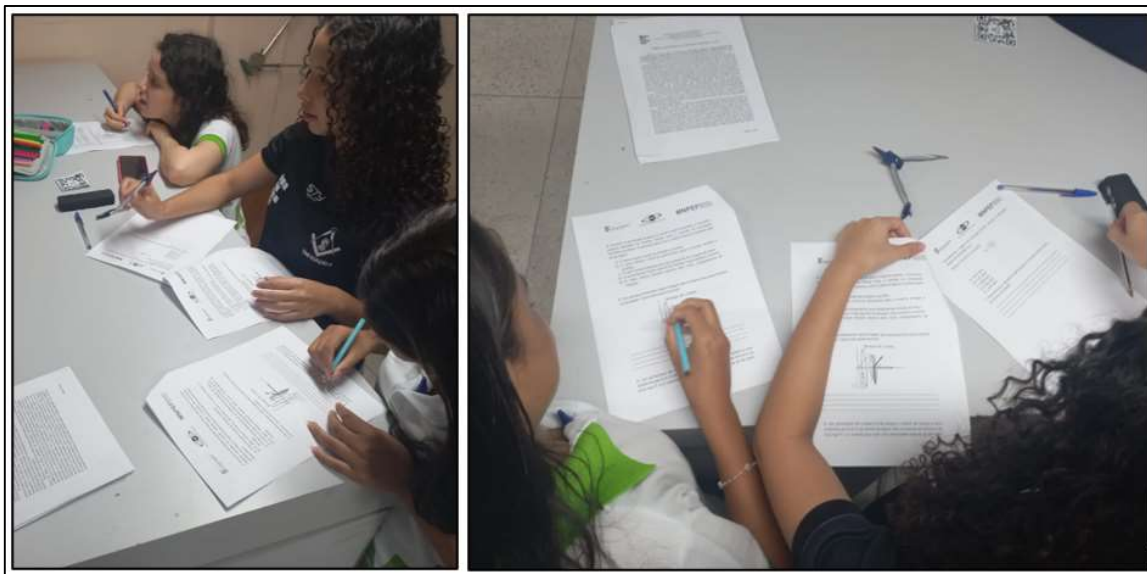
Fonte: Autoria própria (2025).

8.1. OBJETIVOS DA PESQUISA E RESULTADOS COLETADOS

O presente estudo teve como objetivo geral desenvolver e aplicar o rotAR, um recurso educacional em Realidade Aumentada voltado ao ensino da precessão giroscópica, com a finalidade de promover a compreensão conceitual e vetorial desse fenômeno físico por meio da exploração ativa e visual de simulações tridimensionais. Partiu-se da hipótese de que a articulação entre uma exposição teórica inicial e a interação com o aplicativo poderia contribuir para a superação de dificuldades recorrentes associadas ao ensino de momento angular, torque e precessão, especialmente no que se refere à visualização dos vetores envolvidos e à interpretação geométrica do movimento.

De forma geral, os resultados obtidos a partir das respostas dos alunos ao formulário avaliativo (Figura 43), apresentada no APÊNDICE B, aplicado após a utilização do rotAR indicam um desempenho elevado dos estudantes na maioria das questões propostas.

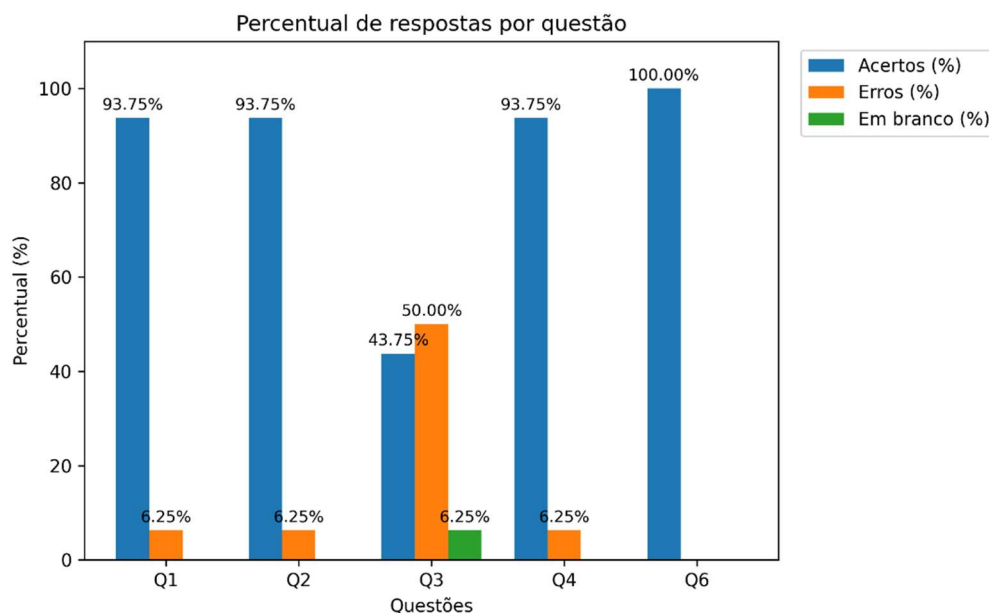
Figura 43 - Alunos respondendo formulário de avaliação: Terceira etapa da aplicação.



Fonte: Autoria própria (2025).

A figura 44 mostra o desempenho dos estudantes. Na Questão 1, que investigava a compreensão conceitual do que é o movimento de precessão, 15 dos 16 estudantes responderam corretamente, correspondendo a aproximadamente 94% de acertos. Resultado semelhante foi observado na Questão 2, relacionada à relação entre a velocidade angular do volante e a velocidade de precessão, também com aproximadamente 94% de respostas corretas. Na Questão 4, que tratava do comportamento do vetor torque frente à inversão do sentido de rotação, novamente 94% dos estudantes assinalaram a alternativa correta. Já na Questão 6, que envolvia o cálculo da velocidade angular de precessão, todos os 16 participantes obtiveram êxito, correspondendo a 100% de acertos.

Figura 44 - Distribuição percentual das respostas por questão objetiva após a utilização do aplicativo rotAR.



Fonte: Autoria própria (2025).

Em contraste com esses resultados, a Questão 3 apresentou maior dispersão nas respostas. Nessa questão, que abordava a influência da variação do ângulo de inclinação do eixo do giroscópio sobre a velocidade de precessão, Aproximadamente 44% dos estudantes (7 participantes) assinalaram a alternativa correta, enquanto 50% (8 participantes) escolheram uma alternativa incorreta e 6% (1 participante) deixaram a questão em branco. Esse resultado destaca-se por indicar um ponto de maior dificuldade entre os estudantes, especialmente quando comparado ao elevado desempenho observado nas demais questões.

No que se refere à compreensão vetorial do fenômeno, a Questão 5 revelou um resultado expressivo: 100% dos estudantes conseguiram identificar corretamente os vetores fundamentais associados à precessão giroscópica, a saber, peso, torque e momento angular. Além disso, as respostas à Questão 7, de caráter aberto, indicaram percepções majoritariamente positivas em relação ao uso do aplicativo, com destaque para aspectos como facilitação da compreensão conceitual, visualização dos vetores e integração entre teoria e prática, ainda que também tenham sido mencionadas limitações técnicas pontuais durante a aplicação.

8.2. INTERPRETAÇÃO DOS DADOS COLETADOS

De modo geral, a análise das respostas ao formulário avaliativo revela um desempenho consistente dos estudantes em relação aos conceitos fundamentais da precessão giroscópica. Considerando o conjunto das questões objetivas, observa-se um predomínio de acertos, o que

sugere que a sequência didática proposta (exposição teórica e interação com o aplicativo rotAR) favoreceu a compreensão inicial do fenômeno. Esse resultado deve ser interpretado levando em conta tanto o uso do recurso em Realidade Aumentada (A figura 45 abaixo mostra a interação dos alunos com o aplicativo) quanto o perfil da turma participante, caracterizada por uma formação técnica com forte base matemático-física.

Figura 45- Alunos interagindo com o aplicativo rotAR



Fonte: Autoria própria (2025).

A Questão 1, por exemplo, investigava diretamente o conceito de precessão giroscópica, ao perguntar “*O que é o movimento de precessão em um giroscópio?*”. Nessa questão, 15 dos 16 estudantes assinalaram corretamente a alternativa que define a precessão como o movimento circular do eixo do giroscópio em torno do eixo vertical devido à ação de um torque, enquanto apenas um estudante escolheu uma alternativa incorreta. Esse resultado indica que a maioria dos alunos conseguiu diferenciar a precessão do simples giro do volante, superando uma confusão conceitual bastante comum no ensino desse conteúdo.

Seguindo na mesma linha, a Questão 2 abordava a relação entre a velocidade angular do volante e a velocidade de precessão, perguntando o que ocorre com a precessão quando a velocidade angular do disco é aumentada. Nessa questão, novamente 15 estudantes responderam corretamente, enquanto apenas um indicou uma alternativa equivocada. A elevada taxa de acerto sugere que os alunos compreenderam a relação inversa entre essas grandezas, possivelmente favorecidos pela possibilidade de manipular a velocidade angular

no aplicativo e observar, em tempo real, as consequências dessa variação sobre o movimento de precessão.

Da mesma forma, a Questão 3 investigava a influência da variação do ângulo de inclinação do eixo do giroscópio sobre a velocidade de precessão. Dos 16 estudantes participantes, 7 assinalaram corretamente a alternativa B, indicando que a velocidade de precessão não é afetada pela variação do ângulo de inclinação, de acordo com o modelo simplificado adotado na abordagem didática e implementado no aplicativo. Por outro lado, 8 estudantes selecionaram a alternativa C, que indicava um aumento da velocidade de precessão com o aumento do ângulo, e um estudante deixou a questão em branco. A escolha da alternativa incorreta parece estar associada a uma percepção visual equivocada do movimento, possivelmente induzida pela mudança de perspectiva espacial à medida que o eixo do giroscópio se torna mais inclinado. Nesse contexto, a precessão pode aparentar visualmente uma rotação mais rápida quando observada em ângulos maiores, ainda que sua velocidade angular permaneça constante. Tal efeito sugere que a dificuldade observada não decorre da compreensão das grandezas físicas envolvidas, mas de uma interpretação perceptiva do movimento tridimensional, evidenciando um desafio específico associado à leitura visual de fenômenos físicos em ambientes de Realidade Aumentada.

Na sequência, a Questão 4 tratava da inversão do sentido da rotação do disco e de seus efeitos sobre o vetor torque. Quinze estudantes responderam corretamente que o torque mantém sua direção e sentido, enquanto apenas um indicou uma alternativa incorreta. Esse resultado sugere que os alunos foram capazes de compreender que o torque gravitacional independe do sentido do momento angular do volante. Do ponto de vista conceitual, essa distinção é particularmente relevante, pois indica que os estudantes conseguiram dissociar grandezas vetoriais frequentemente confundidas no estudo da rotação, reconhecendo que a origem do torque está associada à força peso e ao braço de alavanca, e não à orientação do eixo de rotação. Tal compreensão evidencia um avanço em relação a interpretações intuitivas mais simplificadas, nas quais se supõe que a inversão do sentido de rotação implicaria, necessariamente, a inversão de todas as grandezas associadas ao movimento.

Analisando agora a Questão 5, que solicitava aos estudantes a identificação dos vetores associados à precessão presentes em uma imagem do giroscópio, todos os 16 participantes conseguiram indicar corretamente os vetores peso, torque e momento angular. Esse resultado aponta para um avanço significativo na compreensão vetorial do fenômeno, um dos objetivos centrais do produto desenvolvido, sugerindo que a explicitação visual desses

vetores no ambiente de Realidade Aumentada contribuiu para reduzir o nível de abstração normalmente associado a esse conteúdo.

Partindo para a Questão 6, que envolvia o cálculo da velocidade angular de precessão a partir de dados fornecidos, todos os estudantes obtiveram a resposta correta. Esse desempenho pode ser parcialmente explicado pelo perfil da turma, composta por alunos do curso técnico em Edificações, com maior familiaridade com procedimentos matemáticos. No entanto, o acerto generalizado também sugere que os estudantes compreenderam quais grandezas estavam envolvidas no fenômeno e como relacioná-las adequadamente, possivelmente favorecidos pela visualização prévia proporcionada pelo aplicativo.

A seguir, são apresentados excertos de cinco respostas subjetivas da Questão 7 consideradas representativas das percepções dos estudantes em relação ao uso do aplicativo rotAR durante a atividade. Para fins de organização e preservação do anonimato, as falas foram identificadas como Estudante 1 a Estudante 5.

Estudante 1: *“Achei que o aplicativo me ajudou bastante. Houveram algumas falhas com os controles de ângulo e velocidade na quinta cena e umas linhas de trajetória que não consegui ver os desenhos. Foi uma experiência legal.”*

Estudante 2: *“Sim. Facilitou a compreensão de como o eixo de rotação se comporta ao longo do tempo e como as grandezas físicas se relacionam. Meu celular é um A55.”*

Estudante 3: *“Sim. Além da rápida explicação do professor sobre o assunto, a prática ajudou a fixar o conteúdo de maneira divertida. Meu celular é um A14 e não consegui acessar.”*

Estudante 4: *“Sim, bastante! O aplicativo é excelente para visualizar um fenômeno que, confesso, não foi muito fácil de imaginar apenas com a teoria, permitindo um melhor entendimento de seus efeitos na realidade. Não encontrei nenhuma falha grave no aplicativo, apenas um pequeno atraso na alteração da velocidade angular. No entanto, a falha não afetou negativamente a experiência, que se mostrou muito enriquecedora e fez com que o conteúdo que vimos há tempos entrasse pela primeira vez na minha cabeça!”*

Estudante 5: *“Sim, principalmente na parte prática do conteúdo. Conseguir localizar os vetores enquanto acontece o movimento me permitiu entender o conteúdo contraintuitivo. Além disso, poder alterar o valor das forças vetoriais também ajudou a entender sobre o porquê da fórmula. Acho que poderia melhorar a imagem quando tira a câmera do QR Code e coloca de novo.”*

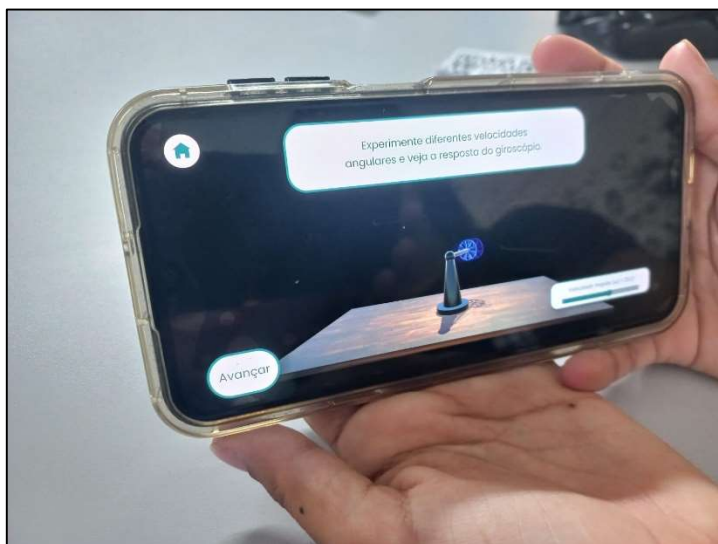
A análise dessas falas evidencia percepções convergentes quanto ao papel do rotAR como recurso facilitador da aprendizagem. O Estudante 2 destaca a contribuição do aplicativo

para a compreensão do comportamento do eixo de rotação e da relação entre as grandezas físicas envolvidas, enquanto o Estudante 4 reforça a importância da visualização para compreender um fenômeno que se mostrou difícil de imaginar apenas por meio da abordagem teórica. Esses relatos indicam que a visualização tridimensional proporcionada pelo aplicativo atuou como mediadora entre a abstração conceitual e a compreensão do fenômeno físico.

Além disso, observa-se que a integração entre explicação teórica e prática com o aplicativo foi percebida como elemento importante para a fixação do conteúdo. O Estudante 3 ressalta que a prática contribuiu para consolidar o aprendizado de forma mais envolvente, enquanto o Estudante 5 enfatiza a relevância da visualização dos vetores durante o movimento, associando esse aspecto à compreensão do caráter contraintuitivo da precessão e à interpretação do formalismo matemático envolvido.

Por outro lado, as falas dos estudantes também evidenciaram limitações técnicas percebidas durante a utilização do aplicativo, que merecem ser analisadas com maior atenção. Dois participantes relataram a impossibilidade de uso do rotAR em seus próprios dispositivos como mostra a figura 46 abaixo, ambos da marca Samsung (modelos A55 e A14), devido à não ativação da câmera. Tal ocorrência pode estar associada a duas possibilidades principais: uma limitação específica dos próprios aparelhos ou uma incompatibilidade pontual entre o aplicativo e determinados modelos de dispositivos. No entanto, considerando que o rotAR foi desenvolvido para operar em diferentes versões do sistema Android, incluindo modelos recentes, e que funcionou adequadamente em outros dispositivos utilizados durante a aplicação, torna-se difícil atribuir essa falha exclusivamente à programação do aplicativo, sendo plausível a influência de particularidades dos aparelhos em questão.

Figura 46 - Tela de um dos dispositivos mostrando falha relativa à abertura da câmera.



Fonte: Autoria própria (2025).

Além disso, um dos estudantes apontou dificuldades na visualização da linha que representa a trajetória da precessão na quinta cena do aplicativo. Essa linha, exibida na cor rosa, é ativada por meio de um botão específico e tem como objetivo evidenciar graficamente o caminho descrito pelo eixo durante o movimento de precessão. A percepção de irregularidades nessa representação, especialmente para valores elevados de velocidade angular, pode estar relacionada a limitações de processamento gráfico de determinados dispositivos, que podem não acompanhar de forma fluida a atualização da trajetória em situações de maior demanda computacional. Embora não se descarte completamente a possibilidade de ajustes no código para otimização desse recurso, o fato de essa falha não ter sido observada em outros aparelhos sugere que o comportamento esteja mais associado à capacidade de processamento dos dispositivos utilizados do que a um erro sistemático do aplicativo. Esses aspectos, ainda que não tenham comprometido a compreensão conceitual do fenômeno, apontam para desafios técnicos inerentes ao uso de aplicações em Realidade Aumentada em contextos educacionais diversos.

8.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM A LITERATURA

No diálogo com a literatura, os resultados obtidos neste estudo podem ser compreendidos e comparados com pesquisas que investigaram o uso da RA a partir de representações tridimensionais simples e interativas em contextos educacionais. Billinghamurst e Dünser (2012) analisam, principalmente, aplicações baseadas em *livros aumentados*, nos quais marcadores impressos permitem a visualização de objetos tridimensionais genéricos, como formas geométricas e modelos conceituais, sobrepostos ao ambiente real. Segundo os autores, esse tipo de abordagem contribui para a aprendizagem ao permitir que os alunos acompanhem visualmente processos e estruturas que seriam difíceis de representar apenas por meio de imagens bidimensionais.

Embora os objetos apresentados no estudo de Billinghamurst e Dunser (2012) sejam, em geral, representações abstratas e simplificadas, os resultados relatados pelos autores dialogam com os dados obtidos neste trabalho, na medida em que o *rotAR* também se apoia na visualização tridimensional e na interação para reduzir o nível de abstração exigido dos estudantes. Essa perspectiva é reforçada por Al-Masarweh (2021), que indica que a utilização de modelos tridimensionais e simulações em RA contribui para tornar visíveis conceitos tradicionalmente difíceis de compreender por meio de abordagens convencionais, além de favorecer o engajamento e a participação ativa dos estudantes.

Além disso, os resultados obtidos também dialogam de forma mais específica com o estudo de França e Silva (2020) sobre o aplicativo *RVA_360 – Momento Angular*, um ambiente tridimensional imersivo e semi-imersivo no qual os usuários interagem com cenários envolvendo motocicletas para explorar conceitos associados ao momento angular. Os autores justificam a escolha desse conteúdo ao afirmarem que

“o assunto escolhido foi Momento Angular ou Momentum Angular e sua escolha levou em consideração as dificuldades de aprendizagem relatadas em diversos artigos na área do ensino de física básica. Muitos alunos sentem dificuldades de abstrair conceitos que envolvem uma visualização tridimensional da grandeza estudada” (FRANÇA; SILVA, 2020, p. 143).

Essa justificativa aproxima-se diretamente da opção adotada no presente estudo pela precessão giroscópica, fenômeno que, além de estar intrinsecamente relacionado ao momento angular, apresenta caráter fortemente tridimensional e contraintuitivo, exigindo elevado nível de abstração por parte dos estudantes. Assim como no trabalho de França e Silva (2020), a proposta do *rotAR* parte do reconhecimento dessas dificuldades conceituais para estruturar um objeto de visualização que permita ao aluno observar, em tempo real, a dinâmica do sistema e as relações vetoriais envolvidas. Ademais, ambos os estudos recorrem à aplicação de questionários como estratégia de validação educacional, evidenciando percepções positivas quanto à integração entre teoria e prática, mas também reconhecendo limitações técnicas associadas ao desempenho computacional e às exigências de hardware, o que reforça que as falhas pontuais observadas na aplicação do *rotAR* se inserem em um contexto recorrente no uso educacional de ambientes tridimensionais interativos.

Desta forma, as falhas técnicas observadas durante a aplicação não comprometeram o potencial pedagógico da experiência, mas revelam limites inerentes ao uso de Realidade Aumentada em dispositivos móveis. Problemas como a não abertura da câmera em determinados aparelhos e a representação visual irregular da trajetória de precessão em velocidades mais elevadas foram pontuais e não impediram a continuidade da atividade, uma vez que os estudantes conseguiram prosseguir utilizando outros dispositivos. Essa constatação dialoga com os achados de Macedo, Silva e Buriol (2016), que relatam instabilidades técnicas em algumas cenas do aplicativo *AppiRAmide*, mesmo diante de avaliações positivas por parte dos alunos. Discussão semelhante é apresentada por Nicolete *et al.* (2019), que apontam dificuldades no reconhecimento de marcadores e limitações técnicas durante o uso de laboratórios aumentados, as quais geraram frustração em parte dos estudantes, sem inviabilizar a aprendizagem conceitual observada. À luz desses estudos e dos resultados aqui

obtidos, as falhas técnicas podem ser compreendidas como elementos do contexto real de implementação da Realidade Aumentada em sala de aula, reforçando a necessidade de planejamento, testes prévios e flexibilidade pedagógica, mas não invalidando o uso da tecnologia como recurso educacional.

Por outro lado, o estudo de Gunturu *et al.* (2024) refere-se às limitações de representações estáticas para a compreensão de fenômenos físicos dependentes do tempo. Os autores argumentam que diagramas fixos de livros didáticos são insuficientes para representar adequadamente processos dinâmicos, sendo necessário recorrer a simulações que permitam acompanhar a evolução temporal do sistema. Essa discussão dialoga diretamente com a precessão giroscópica, fenômeno tridimensional e essencialmente temporal, cuja compreensão exige a observação contínua do comportamento do eixo de rotação.

Além disso, do ponto de vista educacional, os resultados desta pesquisa podem ser interpretados e discutidos analisando projetos que compreendem a Realidade Aumentada como parte de um processo pedagógico mais amplo. Gallo *et al.* (2024), ao realizarem um levantamento bibliográfico sobre o impacto da Realidade Aumentada no ensino, destacam que seus benefícios educacionais estão associados às condições de implementação da tecnologia no contexto escolar, incluindo aspectos pedagógicos, estruturais e formativos. Os autores discutem que a RA tende a favorecer a compreensão de conceitos complexos e o engajamento discente quando integrada a práticas educacionais planejadas e mediadas pelo professor. Essa perspectiva dialoga com os resultados observados neste estudo, no qual o uso do *rotAR* esteve articulado a uma aula teórica prévia e a uma atividade avaliativa posterior, sugerindo que a organização metodológica adotada contribuiu para potencializar o uso pedagógico da tecnologia.

Na mesma linha, os resultados também evidenciam que a avaliação da aprendizagem em contextos mediados por RA não deve se restringir à percepção positiva dos estudantes. Embora a questão aberta do formulário indique uma avaliação favorável do *rotAR*, a dispersão observada na questão relacionada à influência do ângulo na velocidade de precessão revela dificuldades conceituais pontuais. Herpich *et al.* (2020) relatam que, “no final deste encontro, cada participante recebeu um questionário para a avaliação da abordagem educacional envolvendo os recursos educacionais aumentados” (HERPICH *et al.*, 2020, p. 71), evidenciando um foco avaliativo centrado na experiência. Os dados deste trabalho ampliam essa discussão ao indicar que instrumentos avaliativos exclusivamente perceptivos podem não captar integralmente os desafios conceituais associados a fenômenos físicos contraintuitivos, reforçando a importância de combinar avaliações experiencial e conceitual.

Entretanto, Gunturu *et al.* (2024) discutem também que sistemas interativos em Física permitem ao estudante manipular parâmetros e observar o comportamento do fenômeno em tempo real, favorecendo a construção e a revisão de modelos mentais. No estudo apresentado pelos autores, os participantes relataram que a interação com a simulação tornou os conceitos mais intuitivos, pois possibilitou “*play around with different values and see how it behaves*” (GUNTURU *et al.*, 2024, p. 9). Essa perspectiva contribui diretamente para a interpretação dos resultados obtidos neste trabalho, especialmente no que se refere à Questão 3, que apresentou a maior dispersão de respostas. A possibilidade de variar o ângulo de inclinação no *rotAR* levou parte dos estudantes a formular hipóteses intuitivas baseadas na percepção visual do movimento, interpretando que a velocidade de precessão aumentava com o ângulo, ainda que, no modelo implementado, essa velocidade permanecesse constante. Esse resultado evidencia que a Realidade Aumentada favorece um processo investigativo ativo, no qual o erro não representa um fracasso, mas um indicativo de engajamento cognitivo e de confronto entre intuição e modelo físico, reforçando a necessidade de mediação conceitual durante a exploração do recurso (Figura 47). Esse resultado também indica que, embora a Realidade Aumentada favoreça a exploração ativa do fenômeno, a mediação conceitual permanece necessária para evitar interpretações baseadas apenas na percepção visual.

Figura 47 - Mediação do professor durante interação com o aplicativo rotAR.



Fonte: Autoria própria (2025).

Por conseguinte, os elevados índices de acerto em questões relacionadas à identificação vetorial e ao cálculo da velocidade de precessão sugerem que a base conceitual construída previamente favoreceu a leitura das representações tridimensionais. Essa

interpretação é coerente com a abordagem descrita por Herpich *et al.* (2020), que estruturam sua intervenção a partir de uma fundamentação conceitual inicial, ao afirmarem que “no primeiro encontro foram abordados os principais conceitos, através de uma aula expositiva” (HERPICH *et al.*, 2020, p. 71). À luz dos resultados deste estudo, a aula prévia mostrou-se condição relevante para que a Realidade Aumentada atuasse como mediadora da compreensão conceitual, e não apenas como recurso visual.

A análise dos resultados obtidos permite discutir também o papel da organização do conteúdo em múltiplas cenas (figura 48 abaixo) como estratégia pedagógica para a aprendizagem de conceitos tridimensionais. Macedo, Silva e Buriol (2016) descrevem o desenvolvimento do aplicativo *AppiRAmide* a partir de uma sequência de cenas progressivas, nas quais cada etapa aborda um aspecto específico do conteúdo (definição do sólido, identificação de elementos, manipulação espacial, planificação e aplicações) favorecendo uma construção gradual do conhecimento. Essa lógica de progressão dialoga diretamente com a estrutura adotada no *rotAR*, no qual as diferentes cenas foram organizadas de modo a permitir que os estudantes explorassem, de forma incremental, a relação entre vetores, ângulo de inclinação e movimento de precessão. Os elevados índices de acerto observados em questões relacionadas à identificação vetorial e ao cálculo da velocidade de precessão sugerem que essa fragmentação do conteúdo em etapas contribuiu para reduzir a carga cognitiva e orientar a atenção dos estudantes para elementos específicos do fenômeno. Assim como no estudo de Macedo, Silva e Buriol (2016), os resultados indicam que a organização do aplicativo em cenas progressivas favorece a compreensão de conceitos espacialmente complexos, ao permitir que o aluno construa o entendimento a partir de múltiplas representações e interações controladas.

Figura 48 - Alunos com tela “escolha de cena” aberta em seus dispositivos.



Fonte: Autoria própria (2025).

De modo geral, a análise integrada dos resultados quantitativos e qualitativos obtidos com a aplicação do *rotAR*, em diálogo com a literatura especializada, evidencia que a Realidade Aumentada se configura como um recurso potente para apoiar a compreensão de fenômenos físicos tridimensionais e contraintuitivos, desde que inserida em uma proposta didática planejada e mediada. Os elevados índices de acerto em questões relacionadas à identificação vetorial e aos cálculos associados à precessão indicam que a visualização dinâmica contribuiu para reduzir o nível de abstração exigido dos estudantes, enquanto a dispersão observada em questões conceituais mais sutis revela que a exploração interativa também mobiliza interpretações intuitivas que demandam mediação conceitual. As falhas técnicas pontuais observadas durante a aplicação, longe de invalidarem a experiência, reforçam achados recorrentes na literatura sobre os desafios práticos do uso de tecnologias móveis em contextos educacionais reais. Nesse sentido, os resultados discutidos ao longo deste capítulo permitem compreender o *rotAR* não como uma solução autossuficiente, mas como um mediador didático que, articulado à intervenção docente e a estratégias avaliativas adequadas, potencializa processos investigativos e favorece a construção de significados no ensino de Física.

Nesse contexto, os resultados obtidos com a aplicação do *rotAR* apresentam forte convergência com os pressupostos do construcionismo de Seymour Papert, especialmente no que se refere à aprendizagem por meio da manipulação ativa de objetos. A elevada taxa de acertos nas questões relacionadas à identificação de vetores e ao cálculo da velocidade de precessão indica que a interação direta com o modelo tridimensional favoreceu a construção de significados a partir da exploração do fenômeno, e não apenas da recepção passiva de informações. Ao permitir que os estudantes alterassem parâmetros, observassem respostas do sistema e acompanhassem a evolução temporal da precessão, o aplicativo funcionou como um “objeto para pensar”, no sentido papertiano, no qual o conhecimento é construído durante o fazer e o experimentar.

Por outro lado, a dispersão observada na Questão 3 reforça um aspecto central do construcionismo: o papel produtivo do erro no processo de aprendizagem. Parte dos estudantes formulou interpretações baseadas na percepção visual imediata, associando a variação do ângulo de inclinação ao aumento da velocidade de precessão, ainda que o modelo físico implementado mantivesse essa velocidade constante. Esse resultado evidencia que a interação com o *rotAR* estimulou a formulação de hipóteses próprias, mesmo quando incorretas do ponto de vista conceitual, configurando um processo investigativo ativo. À luz de Papert, esse tipo de erro não representa uma limitação do recurso, mas um indicativo de

engajamento cognitivo, tornando explícita a necessidade de mediação docente para que a exploração do objeto digital seja acompanhada de reflexão conceitual e reorganização dos modelos mentais construídos pelos estudantes.

9 CONCLUSÃO

Esta pesquisa teve como objetivo desenvolver, aplicar e avaliar o *rotAR*, um recurso educacional em Realidade Aumentada voltado ao ensino da precessão giroscópica, com ênfase na compreensão conceitual e vetorial desse fenômeno físico por meio da exploração ativa de simulações tridimensionais. A partir da articulação entre fundamentação teórica, desenvolvimento do produto educacional e análise dos dados obtidos em contexto real de sala de aula, foi possível alcançar os objetivos propostos e produzir evidências relevantes sobre o potencial e os limites do uso da Realidade Aumentada no ensino de Física.

Os resultados obtidos indicam que o *rotAR* contribuiu de forma significativa para a compreensão de aspectos fundamentais da precessão giroscópica, especialmente no que se refere à identificação dos vetores envolvidos, à interpretação do movimento de precessão e à realização de cálculos associados à velocidade de precessão. Os elevados índices de acerto em questões conceituais e aplicadas sugerem que a visualização dinâmica e a possibilidade de manipulação de variáveis favoreceram a redução do nível de abstração exigido dos estudantes, aspecto particularmente relevante para um fenômeno tridimensional e contraintuitivo como a precessão giroscópica. Além disso, as respostas qualitativas dos alunos evidenciam percepção positiva quanto ao uso do aplicativo, destacando a contribuição da experiência prática para a fixação do conteúdo e para a compreensão de relações vetoriais difíceis de serem imaginadas apenas a partir da abordagem teórica.

Por outro lado, a análise detalhada dos dados revelou que a Realidade Aumentada, embora potente como recurso didático, não atua de forma autônoma na superação de dificuldades conceituais. A dispersão observada em questões que envolvem interpretações mais sutis do fenômeno, como a influência do ângulo de inclinação na velocidade de precessão, evidencia que a interação visual pode reforçar intuições equivocadas quando não acompanhada de mediação conceitual adequada. Esse resultado reforça a compreensão de que o uso de tecnologias imersivas deve estar integrado a estratégias pedagógicas intencionais, nas quais o professor desempenha papel central na problematização, na orientação da exploração e na consolidação dos conceitos físicos envolvidos.

A organização da aplicação em etapas — aula teórica prévia, exploração do aplicativo em Realidade Aumentada e atividade avaliativa — mostrou-se um elemento fundamental para

o sucesso da proposta. Os dados sugerem que a construção prévia de uma base conceitual favoreceu a leitura crítica das simulações, permitindo que os estudantes interpretassem de forma mais consistente as representações tridimensionais apresentadas. Do ponto de vista do desenvolvimento do produto educacional, a estruturação do *rotAR* em múltiplas cenas, com progressão conceitual clara, contribuiu para orientar a atenção dos estudantes e reduzir a carga cognitiva durante a exploração do fenômeno.

As falhas técnicas pontuais observadas durante a aplicação — como limitações relacionadas à abertura da câmera em determinados dispositivos e à representação gráfica da trajetória de precessão em situações específicas — não comprometeram o alcance dos objetivos educacionais, mas evidenciam desafios inerentes ao uso de Realidade Aumentada em dispositivos móveis no contexto escolar. Tais limitações reforçam a importância de planejamento, testes prévios e flexibilidade metodológica, além de indicarem caminhos para o aprimoramento contínuo do produto desenvolvido.

Do ponto de vista pedagógico, esta pesquisa contribui ao demonstrar que a Realidade Aumentada pode atuar como mediadora relevante no ensino de conteúdos complexos de Física, desde que integrada a uma proposta didática coerente, fundamentada teoricamente e acompanhada de avaliação conceitual. O *rotAR* se apresenta, assim, como um recurso complementar ao ensino tradicional, capaz de enriquecer a experiência de aprendizagem e estimular processos investigativos, sem substituir o papel do professor ou das abordagens conceituais formais.

Como limitações do estudo, destacam-se a aplicação do produto em um único encontro, o número restrito de participantes e o recorte específico do público-alvo, composto por estudantes da 1ª série do curso técnico integrado em Edificações, o que pode ter influenciado os resultados observados. Além disso, a ausência de instrumentos de avaliação longitudinal impossibilita inferências sobre a retenção do conhecimento ao longo do tempo.

Nesse sentido, pesquisas futuras podem explorar a aplicação do *rotAR* em diferentes contextos educacionais, envolvendo outras séries do Ensino Médio e distintos perfis de estudantes, bem como investigações de caráter longitudinal que permitam analisar a consolidação conceitual após períodos mais extensos de uso. Estudos que integrem o aplicativo a sequências didáticas mais longas, associadas a estratégias avaliativas diversificadas, também podem ampliar a compreensão dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem mediada por Realidade Aumentada. Ademais, aprimoramentos técnicos no aplicativo, como otimizações de desempenho gráfico e recursos adicionais de feedback conceitual, podem potencializar ainda mais seu uso pedagógico.

Por fim, esta dissertação reafirma que o uso de tecnologias educacionais, como a Realidade Aumentada, deve ser compreendido não como solução isolada, mas como parte de um ecossistema pedagógico mais amplo, no qual teoria, prática, mediação docente e avaliação se articulam para promover aprendizagens significativas. Nesse contexto, o *rotAR* constitui uma contribuição concreta para o ensino de Física, ao oferecer uma alternativa didática inovadora e fundamentada para a abordagem de um dos fenômenos mais desafiadores da mecânica clássica no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

- ADLY, Morcos; NASSER, Nada; SHARAF, Nada. **PHYAR: Introducing a Mixed/Augmented Reality Platform for Physics Concepts**. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER SUPPORTED EDUCATION**, 13., 2021. *Proceedings...* [S.l.]: SCITEPRESS – Science and Technology Publications, 2021. p. 338–345. DOI: 10.5220/0010496103380345.
- AGRA, Glenda; FORMIGA, Nilton Soares; OLIVEIRA, Patrícia Simplicio de; COSTA, Marta Mirian Lopes; MELO-FERNANDES, Maria das Graças; NÓBREGA, Maria Mirian Lima da. **Analysis of the concept of meaningful learning in light of the Ausubel's theory**. *Revista Brasileira de Enfermagem*, v. 72, n. 1, p. 248–255, 2019. DOI: 10.1590/0034-7167-2017-0691.
- ARAÚJO, Denilson Nazaré; FERREIRA, Suelen Rocha Botão; FERREIRA, Welberth Santos. **Aprendizagem significativa aplicada ao ensino de Física**. In: *Aprendizagem significativa em práticas e estágios*. v. 1. [S.l.]: Editora Científica Digital, 2022. ISBN 978-65-5360-132-1.
- BESSA, Márcio Leite de. **Mediação didática e pedagógica na perspectiva de Vygotsky no ensino escolar**. *Revista Plurais*, Anápolis, v. 8, n. 3, p. 451–464, set./dez. 2018. ISSN 2238-3751.
- BILLINGHURST, Mark; DÜNSER, Andreas. **Augmented reality in the classroom**. *Computer*, v. 45, n. 7, p. 56–63, jul. 2012. DOI: 10.1109/MC.2012.111.
- BONFIM, Valéria; SOLINO, Ana Paula; GEHLEN, Simoni Tormöhlen. **Vygotsky na pesquisa em educação em ciências no Brasil: um panorama histórico**. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, v. 18, n. 1, p. 224–250, 2019.
- CASTRO, Rosane Michelli de; LANZI, Lucirene Andrea Catini. **O futuro da escola e as tecnologias: alguns aspectos à luz do diálogo entre Paulo Freire e Seymour Papert**. *RIAAE – Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*, v. 12, n. esp. 2, p. 1496–1510, ago. 2017. DOI: 10.21723/riaee.v12.n.esp.2.10305.
- CONSTANTE, Rhodel D.; AGSALUD, Priscilla L. *Interactive computer-simulation strategy and physics performance of Grade 8 students*. *A-MRJ FULL ISSUE*, v. 2, n. 1, p. 36-48, 2019.
- COSTA JÚNIOR, João Fernando. **A aprendizagem significativa de David Ausubel e sua relação com a construção de novos conhecimentos e habilidades**. 2018. Artigo acadêmico.
- DORNEL, A. P.; BUFFON, L. O.; BARROS, M. F.; EVANGELISTA, R. L.; PIUMBINI, C. K. **Eclipses, Relatividade Geral e Sobral: uma abordagem usando realidade aumentada**. In: **ENCONTRO CIENTÍFICO DE FÍSICA APLICADA**, X, 2019. *Blucher Proceedings*. São Paulo: Blucher, 2019.
- DUARTE, Sergio Eduardo. *Física para o ensino médio usando simulações e experimentos de baixo custo: um exemplo abordando dinâmica da rotação*. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 29, n. especial 1, p. 525–542, set. 2012. DOI: 10.5007/2175-7941.2012v29nesp1p525.
- FAGUNDES, Adriano Luiz; BARROSO, Marta Feijó; SILVA, Tatiana da. *Avaliação de aprendizagem sobre a rotação síncrona da Lua mediada por recurso computacional*. In: **ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS**, IX, 2013, Águas de Lindóia, SP. *Atas do IX ENPEC*. Águas de Lindóia, SP: ABRAPEC, 2013.

FERREIRA, Kateryne Hamberger; RIBEIRO, Bruno Nunes Myrrha. *Desenvolvimento e proposta de material potencialmente significativo para o estudo de equilíbrio de corpos rígidos com o software GeoGebra*. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, São Paulo, p. 63–77, 2015. ISSN 2237-9657.

FONTES, Daniel Trugillo Martins; RODRIGUES, André Machado. **Vygotsky na pesquisa em Educação em Ciências: diálogo entre perspectivas passadas e tendências futuras**. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 29, e23047, 2023. DOI: 10.1590/1516-731320230047.

FORTE, Cleberson E.; KIRNER, Cláudio. **Usando realidade aumentada no desenvolvimento de ferramenta para aprendizagem de física e matemática**. In: **WORKSHOP DE REALIDADE VIRTUAL E AUMENTADA**, 2009. Anais [...]. 2009.
AL-MASARWEH, Remah Y. **A review of augmented reality in physics education and physics laboratory experiments (applications, advantages, challenges)**. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, v. 12, n. 9, p. 2593–2614, 2021.

FLOR, Fabiana Aparecida; RIBEIRO, Rafael João. **Implementação dos micromundos físicos propostos por Seymour Papert para o ensino de física**. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, Ponta Grossa, v. 13, n. 2, p. 160–197, maio/ago. 2020.

FRANÇA, Carlos Roberto; SILVA, Tatiana da. **A realidade virtual e aumentada dedicada ao processo ensino-aprendizagem de física: socialização da concepção e validação do aplicativo RVA_360 – Momento Angular**. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, Ponta Grossa, v. 13, n. 1, p. 142–169, jan./abr. 2020. DOI: 10.3895/rbect.v13n1.9101. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect>

GALLO, Solange Aparecida; SANTANA, Alexandre Jesus Serrat; BRANDÃO, Eliezer Lemos; CARVALHO, Ianan Eugênia de; PANIAGO, Larissa Almeida Ferreira; MEROTO, Monique Bolonha das Neves; SILVA, Romézio Alves Carvalho da; SANTOS, Silvana Maria Aparecida Viana. **Explorando horizontes educacionais: o impacto da realidade aumentada no ensino moderno**. *Revista Foco*, Curitiba, v. 17, n. 1, e4261, p. 1–26, 2024. DOI: 10.54751/revistafoco.v17n1-160.

GEHLEN, Simoni Tormöhlen; MALDANER, Otávio Aloisio; DELIZOICOV, Demétrio. **Freire e Vygotsky: um diálogo com pesquisas e sua contribuição à Educação em Ciências**. *Pro-Posições*, Campinas, v. 21, n. 1, p. 129–148, jan./abr. 2010.

GUNTURU, Aditya; WEN, Yi; ZHANG, Nandi; THUNDATHIL, Jarin; KAZI, Rubaiat Habib; SUZUKI, Ryo. **Augmented physics: creating interactive and embedded physics simulations from static textbook diagrams**. In: **ACM SYMPOSIUM ON USER INTERFACE SOFTWARE AND TECHNOLOGY (UIST)**, 2024, Pittsburgh, PA. *Proceedings...* New York: Association for Computing Machinery, 2024. DOI: 10.1145/3654777.3676392.

HA, Oai; FANG, Ning. *Effects of interactive computer simulation and animation (CSA) on student learning: A case study involving energy, impulse, and momentum in rigid-body engineering dynamics*. **Computer Applications in Engineering Education**, v. 26, p. 1–9, 2018. DOI: 10.1002/cae.21930.

HERPICH, Fabrício; LIMA, Wilson Vanucci Costa; NUNES, Felipe Becker; LOBO, Cesar de Oliveira; TAROUCO, Liane Margarida Rockenbach. **Atividade educacional utilizando realidade aumentada para o ensino de Física no ensino superior**. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, n. 25, p. 68–77, 2020. DOI: 10.24215/18509959.25.e07.

KIRNER, Cláudio; SISCOOTTO, Robson (org.). **Realidade virtual e aumentada: conceitos, projeto e aplicações**. Petrópolis, RJ: Livro do Pré-Simpósio do IX Symposium on Virtual and Augmented Reality, 2007.

LIMA, Nuno Duarte de Sousa. *Simulação, em software adequado, da sintomatologia vibracional de avarias mecânicas de máquinas rotativas*. 2013. Trabalho Final de Mestrado (Mestrado em Engenharia Mecânica na área de Manutenção e Produção) — Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa, 2013.

MACEDO, Alex de Cassio; SILVA, João Assumpção da; BURIOL, Tiago Martinuzzi. **Usando smartphone e realidade aumentada para estudar geometria espacial**. *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre: CINTED/UFRGS, v. 14, n. 2, dez. 2016.

MASSA, Nayara Poliana; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; SANTOS, Josely Alves dos. **O construcionismo de Seymour Papert e os computadores na educação**. *Cadernos da Fucamp*, v. 21, n. 52, p. 110–122, 2022.

MOREIRA, Marco Antonio. *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares*. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

MUKHTARKYZY, Kaussar; ABILDINOVA, Gulmira; SAYAKOV, Olzhas. **The use of augmented reality for teaching Kazakhstani students physics lessons**. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, v. 17, n. 12, p. 215–235, 2022. DOI: 10.3991/ijet.v17i12.29501.

NICOLETE, Priscila Cadorin; OLIVEIRA JÚNIOR, Eduardo Tocchetto de; CRISTIANO, Marta Adriana; TAROUÇO, Liane Margarida Rockenbach; VILA, Eduardo de; SILVA, Juarez Bento da. **Estudo exploratório sobre realidade aumentada e laboratório remoto no ensino de física**. *Revista Novas Tecnologias na Educação (RENTE)*, v. 17, n. 3, p. 345–355, dez. 2019.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de física básica: mecânica**. v. 1. 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

OLIVEIRA, Luciano Denardin de; MANZANO, Ramón Cid. **Aplicações de realidade aumentada no ensino de Física a partir do software LAYAR**. *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre: CINTED/UFRGS, v. 14, n. 1, jul. 2016.

PAPERT, Seymour. **The children's machine: rethinking school in the age of the computer**. New York: Basic Books, 1993.

POLITO, Antony M. M.; LAIA, Maria P. de. Dinâmica de corpos rígidos em superfícies com atrito. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 38, n. 2, e2316, 2016. DOI: 10.1590/1806-9126-RBEF-2016-0024. Disponível em: <www.scielo.br/rbef>.

RIBEIRO, Adriana Azeredo de Souza; SIQUEIRA, Adriana Barreto de Oliveira; MACEDO, Suzana da Hora. **Realidade aumentada aplicada ao ensino e aprendizagem do campo magnético de um ímã em forma de ferradura**. *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre: CINTED/UFRGS, v. 11, n. 3, dez. 2013.

SÁNCHEZ, Jairo; RAMÍREZ DIAZ, Mario Humberto. **Augmented reality in physics teaching**. *European Journal of Physics Education*, v. 13, n. 1, p. 1309–7202, 2021.

SARAIVA, Kizzy Freitas Moreira; QUEIROZ, Diego Monteiro de; MEIRA, Janeisi Lima de. **Práticas para engajar alunos no aprendizado de Física: experimentação e simulação**

mediadas por tecnologia. In: **CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISAS E PRÁTICAS EM EDUCAÇÃO (CONPEPE)**, 2024. *Anais...* v. 1, n. 1. 2024. ISSN 2966-3792.

SIQUEIRA, Paulo Henrique. **Ambientes web para o ensino de superfícies topográficas em realidade aumentada e realidade virtual.** *Terrae Didatica*, v. 16, n. 1, e20001, 2020. DOI: 10.20396/td.v16i0.8655900.

SOARES, Kelly Aparecida; NOGUEIRA, Tais de Pádua; SILVA, Welisson Michael. **Subsunçores e aprendizagem significativa: aplicações da teoria de Ausubel no ensino fundamental de matemática.** In: **JORNADA CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DO IFSULDEMINAS (JOSIF)**, 16., 2024; **SIMPÓSIO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO IFSULDEMINAS**, 13., 2024. *Anais...* 2024. ISSN 2319-0124.

SOFFNER, Renato Kraide. **Seymour Papert, computadores e educação: uma revisão retrospectiva e propositiva.** *Revista Tecnológica da Fatec Americana*, v. 10, n. 1, mar./set. 2022. DOI: 10.47283/244670492022100101.

SOUZA, Raryel Costa; KIRNER, Cláudio. **Ensino e aprendizagem de eletromagnetismo usando recursos de realidade aumentada.** *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre: CINTED/UFRGS, v. 9, n. 1, jul. 2011.

TAYLOR, John R. **Mecânica clássica.** Porto Alegre: Bookman, 2013.

TIRONI, Cristiano Rodolfo; SCHMIT, Eduardo; SCHUHMACHER, Vera Rejane Niedersberg; SCHUHMACHER, Elcio. **A aprendizagem significativa no ensino de Física moderna e contemporânea.** In: **ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS**, IX, 2013, Águas de Lindóia, SP. *Atas...* Águas de Lindóia, SP: ENPEC, 2013.

VIEGAS, Márcio Augusto Carvalho; VIEIRA, Marcelo Bernardes; SILVA, Rodrigo Luis de Souza da. **Ferramenta de apoio ao ensino de Física utilizando realidade aumentada.** *Revista Brasileira de Informática na Educação*, v. 20, n. 3, p. 60–73, 2012. DOI: 10.5753/RBIE.2012.20.03.60.

VYGOTSKI, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. **Física I: mecânica.** v. 1. 14. ed. [S.l.]: Pearson, [s.d.].

APÊNDICE A – Aplicativo rotAR (Produto Educacional)

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO GRANDE
DO NORTE (IFRN NATAL-CENTRAL)
DIRETORIA ACADÊMICA DE CIÊNCIAS (DIAC)
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA(MNPEF)
POLO 10

PRODUTO EDUCACIONAL

**rotAR: UM APLICATIVO DE REALIDADE AUMENTADA PARA O ENSINO DE
PRECESSÃO GIROSCÓPICA.**

Thallyson Menen Silva de Moura

Tibério Magno de Lima Alves

Natal/RN
2026
Thallyson Menen Silva de Moura

APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional, intitulado *rotAR*, consiste em um aplicativo interativo de realidade aumentada desenvolvido como recurso didático para o ensino de Física, com foco específico no fenômeno da precessão giroscópica. Voltado para estudantes da 1ª série do Ensino Médio, o aplicativo busca ampliar a compreensão conceitual sobre a dinâmica de corpos rígidos em rotação, notadamente os vetores de momento angular, torque gravitacional e sua variação.

A proposta surge da constatação de que muitos conteúdos da Física moderna e clássica permanecem de difícil assimilação pelos alunos, sobretudo pela abstração dos conceitos e pela escassez de experimentos que permitam sua visualização prática. O fenômeno da precessão, por exemplo, embora previsto teoricamente nas leis da Mecânica, é raramente explorado em sala de aula por falta de recursos adequados. O *rotAR* visa preencher essa lacuna ao oferecer uma experiência imersiva, que permite ao aluno interagir com simulações tridimensionais e observar diretamente como a modificação de variáveis físicas altera o comportamento do sistema rotacional.

O aplicativo foi estruturado para ser utilizado como ferramenta em aulas investigativas, integrando momentos de exposição dialogada, exploração experimental virtual e reflexão coletiva. A lógica de desenvolvimento e aplicação do *rotAR* foi inspirada nas contribuições pedagógicas de Seymour Papert, especialmente em sua defesa do construcionismo como abordagem centrada no aprender fazendo e na mediação tecnológica significativa.

Este material está orientado a professores da Educação Básica que desejam diversificar suas estratégias didáticas por meio do uso de tecnologia, oferecendo não apenas o aplicativo, mas também um plano de aula, sugestões de sequência didática, orientações para mediação e instrumentos de avaliação.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Sumário

APRESENTAÇÃO.....	2
1. INTRODUÇÃO.....	4
2. PÚBLICO-ALVO E CONTEXTO DE APLICAÇÃO	5
3. OBJETIVOS EDUCACIONAIS DO ROTAR	5
4. REQUISITOS TÉCNICOS	5
5. INSTALAÇÃO E ACESSO AO APLICATIVO	6
6. DESCRIÇÃO GERAL DO FUNCIONAMENTO	6
7. DESCRIÇÃO DAS CENAS DO APLICATIVO (GUIA DIDÁTICO).....	7
7.1. CENA 1 – RELAÇÃO ENTRE VELOCIDADE ANGULAR E VELOCIDADE DE PRECESSÃO	7
7.2. CENA 2 – RELAÇÃO ENTRE ÂNGULO DE INCLINAÇÃO E VELOCIDADE DE PRECESSÃO	9
7.3. CENA 3 – VISUALIZAÇÃO TRIDIMENSIONAL DOS VETORES ENVOLVIDOS	10
7.4. CENA 4 – TORQUE E VARIAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR	12
7.5. CENA 5 – VISUALIZAÇÃO LIVRE E TRAJETÓRIA DA PRECESSÃO.....	13
8. ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O PROFESSOR (SEQUÊNCIA RECOMENDADA).....	14
9. SUGESTÃO DE ATIVIDADE AVALIATIVA	15
10. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	15

1. INTRODUÇÃO

O ensino de Física no Ensino Médio, especialmente no que diz respeito aos conteúdos de Mecânica, enfrenta desafios históricos relacionados à abstração conceitual, à ausência de experimentação acessível e à falta de conexão com a realidade dos estudantes. Conceitos como momento angular, torque e precessão, por exemplo, são frequentemente abordados apenas de forma teórica, com representação limitada a esquemas bidimensionais no quadro ou nos livros didáticos. Essa abordagem acaba por dificultar a compreensão dos estudantes e comprometer o processo de construção do conhecimento científico.

Compreendendo essa dificuldade, surgiu a proposta de desenvolver um recurso didático que auxilie na visualização e exploração desses conceitos de forma dinâmica e interativa. O presente produto educacional, intitulado *rotAR*, consiste em um aplicativo de realidade aumentada que simula o fenômeno da precessão giroscópica, permitindo ao aluno observar, manipular variáveis e visualizar vetores em movimento tridimensional. A ideia central é que, ao integrar visualização espacial e interatividade, o ensino dos conceitos físicos possa se tornar mais significativo, acessível e motivador.

A escolha da realidade aumentada como tecnologia base se justifica pela sua capacidade de integrar o mundo real e o virtual, proporcionando uma experiência educativa inovadora, sem demandar infraestrutura laboratorial complexa. Por meio do uso de dispositivos móveis como smartphones ou tablets, o estudante tem a possibilidade de interagir com o modelo tridimensional de um giroscópio em movimento, alterando parâmetros como a velocidade angular, o ângulo de inclinação e observando diretamente a variação do vetor momento angular.

O desenvolvimento do *rotAR* está fundamentado nos princípios do construcionismo de Seymour Papert, que valoriza a aprendizagem ativa e o uso de tecnologias como ferramentas de expressão e investigação. A aplicação do produto em sala de aula foi pensada de modo a promover um ambiente investigativo, em que os alunos sejam incentivados a formular hipóteses, testar variáveis e construir compreensões mais profundas sobre os fenômenos físicos envolvidos.

Dessa forma, este produto educacional busca não apenas oferecer um recurso tecnológico inovador, mas contribuir efetivamente para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Física no Ensino Médio, aproximando os estudantes de temas tradicionalmente considerados difíceis e promovendo uma aprendizagem mais ativa, visual e significativa.

2. PÚBLICO-ALVO E CONTEXTO DE APLICAÇÃO

O *rotAR* destina-se principalmente a:

- Estudantes do **Ensino Médio** (regular ou técnico integrado);
- Turmas em que o conteúdo de **rotação de corpo rígido, torque, momento angular e precessão** esteja previsto no planejamento.

O aplicativo pode ser utilizado em:

- Aulas presenciais (recomendado);
- Momentos de atividade prática orientada;
- Situações de revisão e consolidação conceitual, após aula expositiva.

Observação pedagógica: o uso do *rotAR* é mais produtivo quando o estudante já teve contato prévio (mesmo que introdutório) com os conceitos de velocidade angular, momento angular, torque e interpretação vetorial.

3. OBJETIVOS EDUCACIONAIS DO ROTAR

Ao utilizar o *rotAR*, espera-se que os estudantes sejam capazes de:

- Reconhecer a precessão como resposta do sistema ao torque gravitacional.
- Identificar e nomear vetores relevantes no movimento (peso, torque, momento angular e variações associadas).
- Relacionar direção e sentido do torque com o comportamento do eixo de rotação durante a precessão.
- Explorar variáveis disponíveis no aplicativo e descrever como a simulação responde a alterações de parâmetros.
- Interpretar criticamente discrepâncias entre intuição visual e modelo físico implementado, com mediação do professor.
- Aplicar conhecimentos conceituais e procedimentais para responder questões sobre precessão e vetores.

4. REQUISITOS TÉCNICOS

Para utilizar o *rotAR*, recomenda-se:

- **Dispositivo:** smartphone ou tablet
- **Sistema operacional:** Android

Recursos necessários:

- Câmera funcional;
- Espaço livre para instalação;

Nota técnica: por se tratar de um aplicativo de Realidade Aumentada, o desempenho pode variar conforme o aparelho. Recomenda-se realizar testes prévios com pelo menos dois dispositivos diferentes antes da aplicação em sala.

5. INSTALAÇÃO E ACESSO AO APLICATIVO

O aplicativo *rotAR* pode ser acessado por meio de:

- Link de download/instalação do APP na sua versão APK:
<https://drive.google.com/file/d/1jxhcrORbs9SiUHxgoGCFFQtvuVXypRZV/view?usp=sharing>
- Link Para Baixar o QR Code (Imagem gatilho que ativará as cenas):
https://drive.google.com/file/d/1u59KBWB36meQru0vQ_JTQx1ecJigXNa_/view?usp=sharing

Procedimento de instalação (sugestão para professor):

1. Solicite que os estudantes se conectem ao Wi-Fi (quando disponível) para evitar consumo de dados móveis.
2. Oriente o download do aplicativo por meio do link.
3. Peça que confirmem as permissões solicitadas (especialmente uso da câmera).
4. Antes do início da atividade, peça que abram o aplicativo e verifiquem se a câmera inicia corretamente.

6. DESCRIÇÃO GERAL DO FUNCIONAMENTO

O *rotAR* funciona por meio da **sobreposição de elementos virtuais** (modelo do giroscópio e vetores) ao ambiente real, visualizado pela câmera do dispositivo. Após iniciar o aplicativo, o estudante utiliza a câmera (Apontada para a imagem gatilho) para visualizar a cena em Realidade Aumentada e interage com botões e controles disponíveis para:

- Alternar entre cenas;
- Visualizar vetores e elementos auxiliares;
- Modificar parâmetros (quando habilitado);

- Observar a resposta dinâmica do sistema.

O professor pode conduzir a exploração de modo orientado, direcionando a atenção dos estudantes para:

- O comportamento do eixo;
- A orientação dos vetores;
- Relações entre torque e mudança do momento angular;
- Interpretação do movimento de precessão.

7. DESCRIÇÃO DAS CENAS DO APLICATIVO (GUIA DIDÁTICO)

O aplicativo *rotAR* é organizado em cinco cenas (Figura 1), estruturadas de forma progressiva, permitindo ao estudante explorar o fenômeno da precessão giroscópica a partir da manipulação controlada de variáveis físicas e da visualização tridimensional de vetores. Cada cena possui um objetivo pedagógico específico, contribuindo para a construção gradual do entendimento conceitual do fenômeno.

Figura 1 - Terceira tela do aplicativo (Escolha da cena a ser visualizada).



Fonte: Autoria própria (2025).

7.1. CENA 1 – RELAÇÃO ENTRE VELOCIDADE ANGULAR E VELOCIDADE DE PRECESSÃO

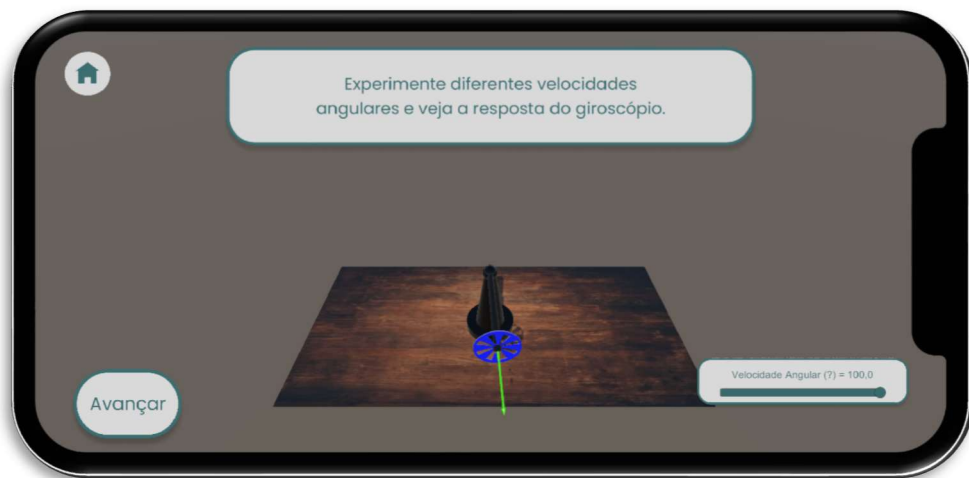
Objetivo pedagógico: Investigar a relação entre a velocidade angular do disco e o comportamento da precessão do giroscópio.

Descrição da cena: Nesta cena, o giroscópio encontra-se com o ângulo de inclinação fixo em 90° , eliminando variações geométricas do sistema. O estudante pode alterar exclusivamente a velocidade angular, que varia entre $+100 \text{ rad/s}$ e -100 rad/s . À medida que esse valor é modificado, o aluno observa o comportamento da precessão do giroscópio e a variação do vetor velocidade angular, que aumenta ou diminui de módulo e inverte seu sentido quando o valor da velocidade passa de positivo para negativo.

Aspectos a serem explorados pelo professor:

- Distinção entre rotação do disco e movimento de precessão;
- Interpretação do vetor velocidade angular como grandeza vetorial (módulo, direção e sentido);
- Observação do efeito da inversão do sentido da rotação sobre o sistema.

Figura 2 - Primeira cena: Visualização do vetor momento angular quando a velocidade angular for positiva.



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 3 - Primeira cena: Visualização do vetor momento angular quando a velocidade angular for negativa.



Fonte: Autoria própria (2025).

7.2. CENA 2 – RELAÇÃO ENTRE ÂNGULO DE INCLINAÇÃO E VELOCIDADE DE PRECESSÃO

Objetivo pedagógico: Analisar se a variação do ângulo de inclinação do giroscópio influencia a velocidade de precessão no modelo implementado.

Descrição da cena: Nesta cena, a velocidade angular é mantida fixa em 100 rad/s, enquanto o estudante pode variar o ângulo de inclinação do giroscópio entre 90° e 0° . O objetivo é levar o aluno a observar se a modificação do ângulo altera ou não a velocidade de precessão, promovendo a comparação entre percepção visual e o comportamento físico modelado pelo aplicativo.

Aspectos a serem explorados pelo professor:

- Discussão sobre hipóteses intuitivas dos estudantes;
- Distinção entre impressão visual e modelo físico;
- Reflexão sobre quais grandezas efetivamente influenciam a precessão.

Figura 4 - Segunda cena: Relação entre o ângulo de inclinação do volante e a velocidade de precessão.



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 5 - Segunda cena: Visualização do volante com ângulo de inclinação em 45° .



Fonte: Autoria própria (2025).

7.3. CENA 3 – VISUALIZAÇÃO TRIDIMENSIONAL DOS VETORES ENVOLVIDOS

Objetivo pedagógico: Permitir a identificação e a interpretação tridimensional dos vetores fundamentais associados à precessão giroscópica.

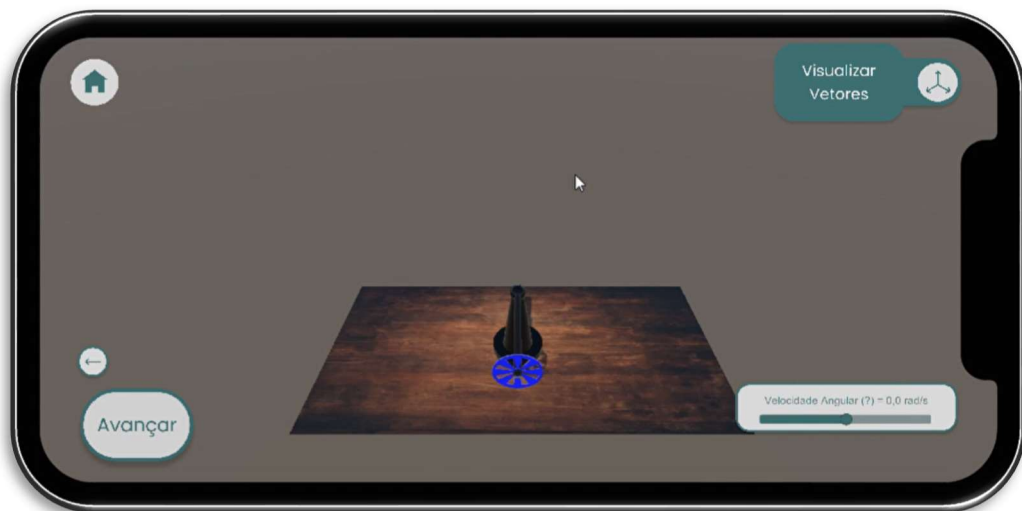
Descrição da cena: O giroscópio retorna à posição de 90° de inclinação, e o estudante volta a interagir com a velocidade angular, variando entre $+100 \text{ rad/s}$ e -100 rad/s . Nesta cena, surge um novo botão que permite a visualização dos vetores físicos fundamentais: peso, torque e momento angular. Esses vetores são exibidos tridimensionalmente e acompanham o

movimento do sistema, permitindo ao aluno observar para onde apontam e como se relacionam durante a precessão.

Aspectos a serem explorados pelo professor:

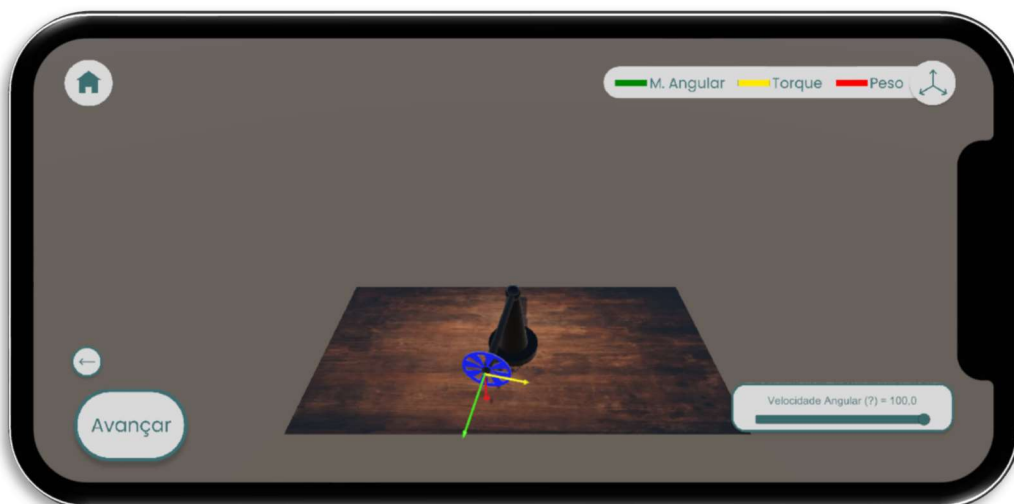
- Identificação dos vetores e suas direções no espaço;
- Relação entre torque e variação do momento angular;
- Leitura vetorial tridimensional, evitando interpretações bidimensionais simplificadas.

Figura 6 - Terceira cena: Abertura da cena de visualização dos 3 vetores mais importantes da precessão (Torque, Peso e Momento angular).



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 7 - Terceira cena: Visualização dos 3 vetores após sua ativação.



Fonte: Autoria própria (2025).

7.4. CENA 4 – TORQUE E VARIAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR

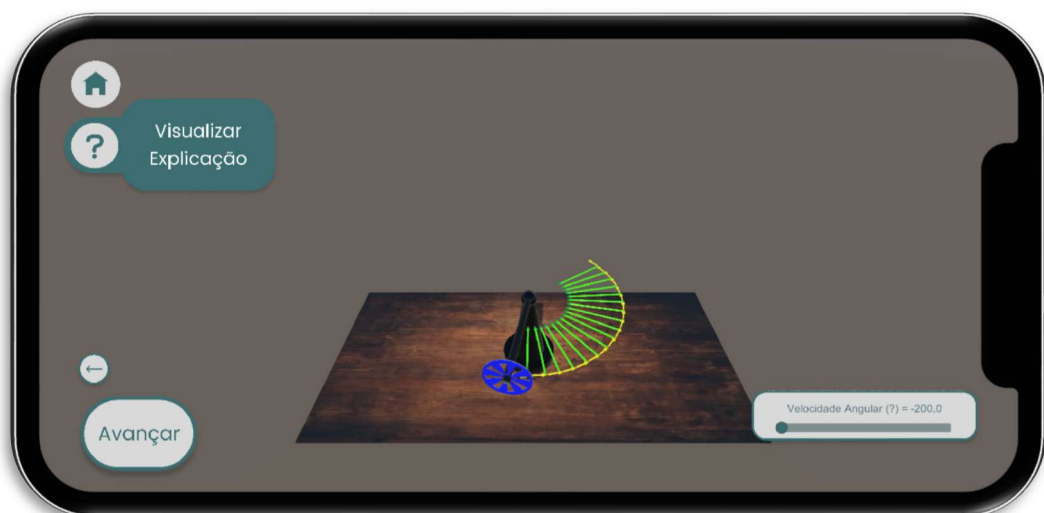
Objetivo pedagógico: Evidenciar a relação entre o torque aplicado e a variação do vetor momento angular ao longo do tempo.

Descrição da cena: Nesta cena, o giroscópio permanece fixo em 90° de inclinação, e o estudante pode variar a velocidade angular entre $+200$ rad/s e -200 rad/s. O foco da cena é a visualização da variação do vetor momento angular, que é instanciado repetidamente à medida que o torque atua sobre o sistema, acompanhando o movimento de precessão. Um novo botão identificado pelo símbolo “?” exibe, na própria tela, uma breve explicação conceitual sobre a relação física entre torque e variação do momento angular.

Aspectos a serem explorados pelo professor:

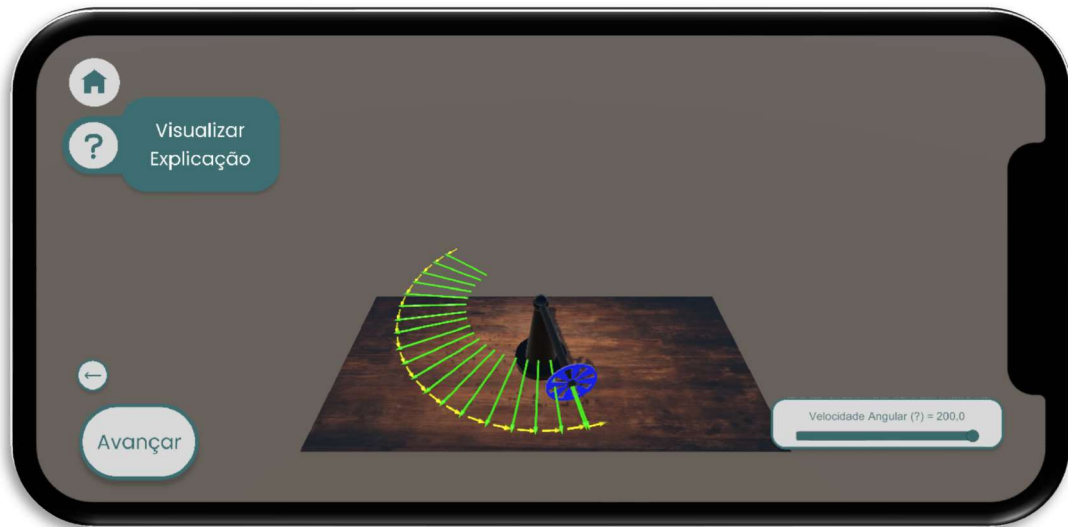
- Compreensão de que o torque não “gira” o momento angular, mas altera sua direção;
- Interpretação vetorial da relação $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$;
- Uso da explicação textual como apoio conceitual durante a exploração.

Figura 8 - Quarta cena: Visualização da variação do momento angular em função do torque (Velocidade angular positiva).



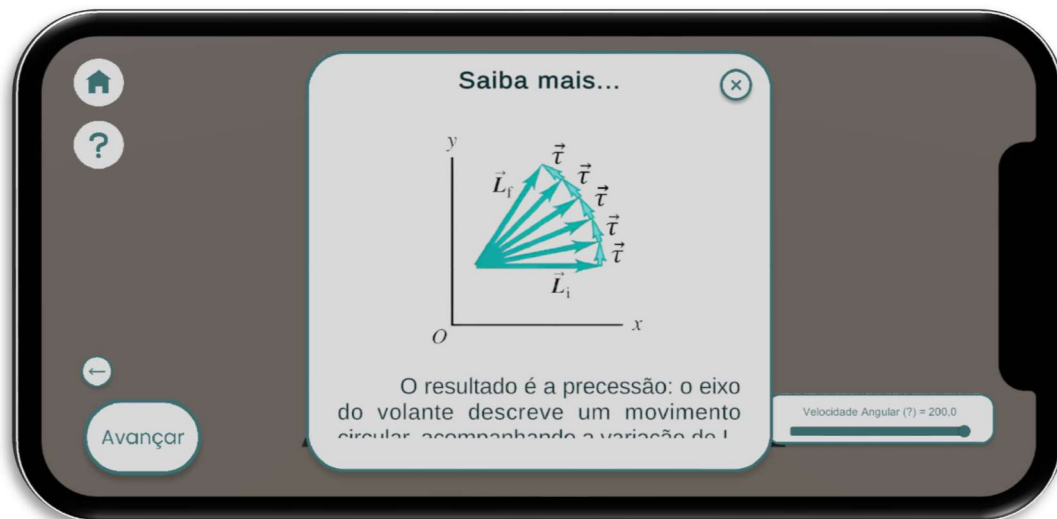
Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 9 - Quarta cena: Visualização da variação do momento angular em função do torque (Velocidade angular negativa).



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 10 - Quarta cena: Opção “Saiba mais” contendo uma explicação mais detalhada da cena.



Fonte: Autoria própria (2025).

7.5. CENA 5 – VISUALIZAÇÃO LIVRE E TRAJETÓRIA DA PRECESSÃO

Objetivo pedagógico: Permitir uma exploração integrada e investigativa do fenômeno da precessão giroscópica.

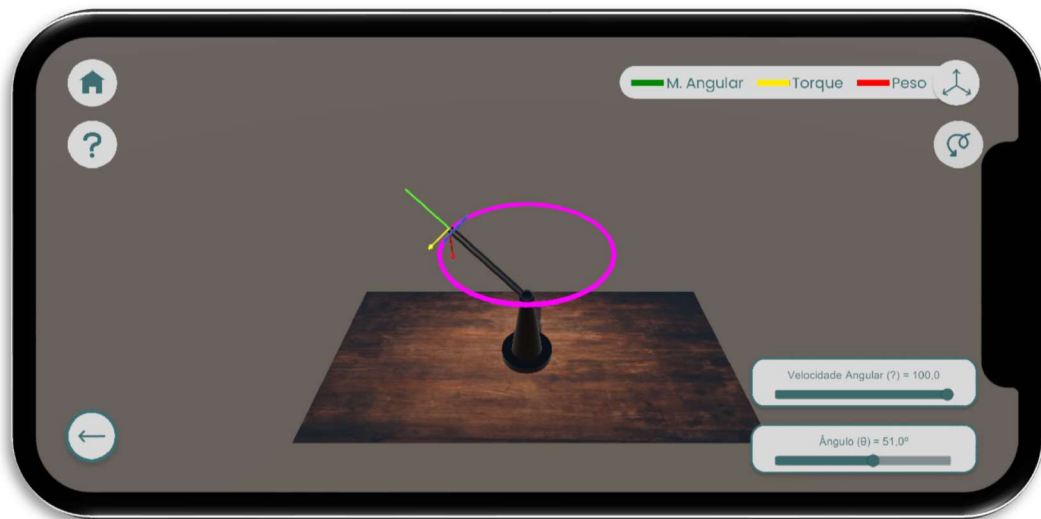
Descrição da cena: Na cena final, o estudante pode interagir simultaneamente com todas as variáveis: ângulo de inclinação, velocidade angular e visualização dos vetores. Além disso, há

a adição de um novo botão denominado “trajetória”, que permite visualizar a trajetória circular do movimento de precessão, representada graficamente no espaço. Essa cena possibilita a formulação e o teste de hipóteses pelos estudantes, bem como a análise de limites visuais e computacionais do aplicativo.

Aspectos a serem explorados pelo professor:

- Consolidação dos conceitos explorados nas cenas anteriores;
- Análise crítica de possíveis discrepâncias visuais;
- Discussão sobre limites do modelo e do dispositivo.

Figura 11 - Quinta cena: Botão da “Trajetória da precessão” .



Fonte: Autoria própria (2025).

8. ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS PARA O PROFESSOR (SEQUÊNCIA RECOMENDADA)

A duração sugerida para aplicação do produto é de 3h (ajustável conforme a turma). A sequência deve seguir, preferencialmente, as 3 seguintes etapas de aplicação:

Etapas 1 – Preparação conceitual (aula expositiva, 60 – 90 min):

- Revisar: velocidade angular, momento de inércia, momento angular, torque e noção vetorial (direção/sentido).
- Apresentar o fenômeno da precessão como “mudança de direção do eixo em resposta ao torque”.

Etapas 2 – Exploração guiada do rotAR (30 - 60 min):

- Organizar estudantes em duplas (recomendado) para reduzir riscos de incompatibilidade de aparelhos.
- Orientar a exploração cena a cena, com perguntas norteadoras.
- Intercalar pausas para discussão de interpretações.

Etapa 3 – Avaliação (30 – 60 min):

- Aplicar questionário (conceitual + percepção) ou atividade equivalente.

9. SUGESTÃO DE ATIVIDADE AVALIATIVA

Como avaliação, recomenda-se a utilização do questionário presente no **Apêndice B**, contudo o questionário pode ser modificado pelo professor desde que busque, preferencialmente, combinar:

1. **Questões conceituais objetivas**, por exemplo:

- Identificação de vetores (peso, torque, momento angular);
- Relação entre inversão do sentido de rotação e orientação do torque;
- Interpretação do que muda ao variar parâmetros.

2. **Questão aplicada/procedimental**, por exemplo:

- Cálculo simples associado à velocidade de precessão (conforme abordagem usada em sala).

3. **Questão aberta de percepção**, por exemplo:

- “O aplicativo ajudou na compreensão? Justifique. Aponte possíveis falhas ou melhorias.”

Observação: para turmas com maior dificuldade, pode-se substituir a questão de cálculo por uma questão de interpretação qualitativa do comportamento do sistema.

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO PRODUTO EDUCACIONAL

O *rotAR* foi concebido como um recurso didático que amplia possibilidades de visualização e investigação em conteúdos de rotação e precessão. Seu uso tende a ser mais efetivo quando integrado a uma proposta pedagógica com mediação docente, exploração orientada e avaliação conceitual. Por se tratar de Realidade Aumentada em dispositivos móveis, recomenda-se que o professor realize testes prévios, organize os estudantes em duplas e adote estratégias de contingência para eventuais limitações técnicas. O produto pode ser

reutilizado e adaptado em diferentes turmas e contextos, contribuindo para tornar mais acessível um fenômeno reconhecidamente complexo no ensino de Física.

APÊNDICE B – Formulário Avaliativo da Aplicação do rotAR

Teste Avaliativo do Produto Educacional “*rotAR*: REALIDADE AUMENTADA APLICADA AO ENSINO DE PRECESSÃO GIROSCÓPICA NO ENSINO MÉDIO”

Aluno(a): _____

Turma: _____

Data: ____ / ____ / ____

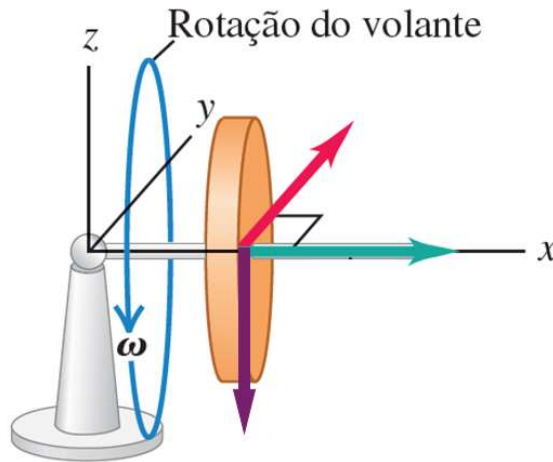
1. O que é o movimento de precessão em um giroscópio?
 - a) O giro rápido do volante em torno de seu próprio eixo
 - b) A mudança da inclinação do eixo causada pelo atrito com o ar
 - c) O movimento circular do eixo do giroscópio em torno do eixo vertical devido à ação de um torque
 - d) A vibração do giroscópio causada pela força centrífuga
 - e) A rotação irregular causada pelo atrito nos apoios

2. O que acontece com a velocidade de precessão de um giroscópio quando a velocidade angular do volante (disco giratório) é aumentada?
 - a) A velocidade de precessão aumenta proporcionalmente.
 - b) A velocidade de precessão diminui.
 - c) A velocidade de precessão permanece constante.
 - d) A velocidade de precessão aumenta apenas se o torque também aumentar.
 - e) A velocidade de precessão se anula.

3. O que acontece com a velocidade de precessão de um giroscópio quando o eixo é inclinado, aumentando o ângulo em relação à vertical?
 - a) A velocidade de precessão diminui.
 - b) A velocidade de precessão não é afetada.
 - c) A velocidade de precessão aumenta.
 - d) O giroscópio para de girar.
 - e) O momento de inércia do sistema diminui.

4. Quando a velocidade angular do disco muda de sentido, o momento angular também se inverte. Nesse caso, o sentido da precessão também se altera. O que acontece com o vetor torque (τ) causado pela força peso?
 - a) O vetor torque muda de direção e sentido.
 - b) O vetor torque continua apontando para a mesma direção e sentido.
 - c) O vetor torque desaparece, pois depende da rotação do disco.
 - d) O vetor torque muda apenas de direção, mas mantém o sentido.
 - e) O vetor torque sempre aponta para cima, independente da rotação.

5. Os vetores presentes nesta imagem são fundamentais para explicar a precessão. Quais são estes vetores?



6. Um giroscópio de massa 0,4 kg possui o centro de massa a uma distância de 0,15 m do ponto de apoio. Seu momento de inércia é de 0,02 kg·m², e o volante gira com uma velocidade angular de 80 rad/s.

Considerando o ângulo de inclinação de 30°, calcule a velocidade angular de precessão (ω_p).

Adote $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ e a equação:

$$\omega_p = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega}$$

- a) 0,076 rad/s
- b) 0,147 rad/s
- c) 0,368 rad/s
- d) 0,735 rad/s
- e) 1,470 rad/s

7. Você acha que o aplicativo *rotAR* te ajudou a entender melhor como funciona a precessão?
